Digitale Algorithmen zur Regelung und dynamischen Entkopplung von Industrieroboterachsen

Der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Herbert Ebach

Erlangen 1986

120

UNIV. LEIDEN BIBL.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538124_0005

Digitale Algorithmen zur Regelung und dynamischen Entkopplung von Industrieroboterachsen

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Herbert Ebach

Erlangen 1985

Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung : 14.11.1985
Tag der Promotion : 27. 2.1986
Dekan : Prof. Dr.-Ing. H. Brand
Berichterstatter : Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff
Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff möchte ich sehr herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit, für seine Unterstützung und seine wertvollen Hinweise danken.

Herrn Prof. Dr.phil.nat. H. Schlitt gilt mein Dank für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse und für die Übernahme des Korreferates.

Für die zahlreichen fruchtbaren Diskussionen und die kameradschaftliche Zusammenarbeit bin ich meinen Freunden und Kollegen an der Univesität Erlangen-Nürnberg sehr dankbar.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei Frau R. Gellert für die sorgfältige Zeichnungserstellung bedanken.

Inhaltsverzeichnis

		Seite
1.	Einleitung	1
2.	Systembeschreibung des Industrieroboters	4
2.1.	Mechanischer Aufbau	4
2.2.	Dynamische Eigenschaften	6
2.2.1.	Trägheitsänderungen der einzelnen Achsen	6
2.2.2.	Reibungsmoment der Rotationsachse	13
2.2.3	Optimale Getriebeanpassung	14
2.2.4.	Drehmomenteinkopplungen auf die Rotationsachse	15
2.2.4.1.	Coriolismoment	15
2.2.4.2.	Reaktionsmomente	17
2.3.	Zustandsdarstellungen der Rotationsachse	17
2.3.1.	Zustandsgleichungen für das Einmassenmodell	17
2.3.2.	Zustandsgleichungen für das Zweimassenmodell	19
2.3.3.	Diskrete sprunginvariante Zustandsdarstellung der Rotationsachse	22
2.3.4.	Sprunginvariante Transformation von Übertragungsfunktionen	24
2.4.	Abhängigkeit der Kenngrößen von Parameteränderungen	25
2.4.1.	Abhängigkeit der Pole vom Trägheitsmoment	25
2.4.2.	Abhängigkeit der Frequenzgänge vom Trägheitsmoment	26
3.	Prinzip der nichtlinearen Systementkopplung	28
4.	Streckenidentifikation	34
4.1.	Least Square Verfahren	35
4.2.	Rekursives Least Square Verfahren	38
4.2.1.	Herleitung des Rekursiven Least Square Verfahrens	39
4.2.2.	Erprobung des Rekursiven Least Square Verfahrens	42

4.2.3. Ergebnisse für das Spannungs-Geschwindigkeits-Modell 44
4.2.4. Ergebnisse für das Strom-Geschwindigkeits-Modell 47
4.2.4.1. Identifikation des Trägheits- und Reibungsmoments 47
4.2.4.2. Einfluß der Startwerte der P - Matrix 49
4.2.4.3. Streubereich des identifizierten Trägheitsmoments 50
4.2.4.4. Einfluß eines zeitveränderlichen Trägheitsmoments 50

5. Einsatz verschiedener diskreter Beobachter 52
5.1. Beobachterentwurf 52
5.1.1. Vollständiger Beobachter 52
5.1.2. Reduzierter Beobachter 55
5.1.3. Störgrößenbeobachter 58
5.1.4. Einfluß der Zustandsgrößenwahl 60
5.2. Realisierung verschiedener diskreter Beobachter 63
5.2.1. Vollständiger Störgrößenbeobachter 64
5.2.2. Reduzierter Störgrößenbeobachter 66
5.2.3. Mehrfach reduzierter Störgrößenbeobachter 70
5.3. Adaption des reduzierten Beobachters 75

6. Einsatz von Zustandsreglern 77
6.1. Führungsgrößenerzeugung 77
6.2. Zustandsreglerentwurf 80
6.3. Einfluß von Störungen 83
6.3.1. Berechnung des Schleppabstandes 83
6.3.2. Störgrößenaufschaltung unter Verwendung eines Störgrößenbeobachters 85
6.3.3. Zustandsregelung mit Integralanteil 89
6.3.4. Zustandsregelung mit nichtlinearem Integralanteil 90

6.4.	Vorsteuerungen	95
6.4.1.	Geschwindigkeitsvorsteuerung	95
6.4.2.	Motorspannungsvorsteuerung	96
6.5.	Adaption des Zustandsreglers	97
7.	Einsatz von Kaskadenregelungen	100
7.1.	Kaskadenregler mit P - und PI - Regelalgorithmen	101
7.1.1.	Regelkreis in P - PI - Struktur	103
7.1.2.	Regelkreis in PI - P - Struktur	106
7.2.	Deadbeat-Regler	109
7.2.1.	Herleitung des Deadbeat-Reglers für Eingrößensysteme	110
7.2.2.	Erweiterung des Deadbeat-Reglers	112
7.2.3.	Berechnung des Schleppabstandes	113
7.2.4.	Einfluß von Störungen	114
7.3.	Zustandskaskadenregelungen	116
7.3.1.	Entwurfsverfahren	117
7.3.2.	Zerlegung der Regelstrecke in Teilsysteme	118
7.3.3.	Regelung des inneren Teilsystems	119
8.	Zusammenfassung	122
9.	Literaturverzeichnis	125
10.	Verzeichnis wichtiger Formelzeichen und Symbole	131

1. Einleitung

Der Industrieroboter ist in den letzten Jahren ein fester Bestandteil von Fertigungseinrichtungen geworden. Er wird heute hauptsächlich für Wiederholarbeiten in der Massenfertigung eingesetzt. Typische Aufgaben sind Handhaben von Werkstücken, Schweißen, Farbspritzen und Montieren von einfachen Teilen. Bei all diesen Anwendungsfällen spielt die definierte genau rekonstruierbare Bewegung der einzelnen Roboterachsen unabhängig von ihrer Lage im Arbeitsbereich eine wesentliche Rolle.

Heute gebräuchliche Knickarmroboter besitzen bis zu 6 Freiheitsgrade und dementsprechend viele Achsen, die bei einer Bahnbewegung koordiniert verfahren werden müssen. Die bisher übliche strikte Trennung zwischen Steuerung und Regelung verschenkte die Möglichkeit Störeinflüsse, die durch die gleichzeitige Bewegung mehrerer Achsen entstehen, schon frühzeitig zu kompensieren. Die heute eingesetzten Regelverfahren können daher als dezentrale Regler eingestuft werden.

Durch den rasanten Fortschritt der Entwicklung der Mikrorechner in den letzten Jahren wurde es möglich, auch die Bewegungsinformation der anderen Achsen mit zu verarbeiten /9,28/. Damit konnte eine dynamische Entkopplung zwischen den einzelnen Antrieben erreicht werden. Dies ermöglicht, die einzelnen Regler wie bisher für die einzelnen Achsen getrennt auszulegen, aber mit dem wesentlichen Vorteil, daß auf das Störverhalten kein besonderer Wert mehr gelegt werden muß. Die nun nur noch zu berücksichtigenden Lastwechsel werden durch den Fertigungsprozeß festgelegt. Sie sind somit bereits beim Programmieren der Bewegungsbahn bekannt und können über eine Vorsteuerung kompensiert werden. Weitergehende, von außen kommende Störungen bedeuten eine Störung

des Fertigungsprozesses und sind deshalb nicht mit zu berücksichtigen. Die Reglereinstellung kann deshalb auf optimales Führungsverhalten erfolgen.

Da die Roboterkonstruktionen immer leichter werden, um bei gleicher Antriebsleistung eine höhere Dynamik zu erzielen, neigen sie zu Schwingungen. In der Regelungstechnik sind mehrere Verfahren bekannt, schwingungsfähige Systeme mit variablen Parametern optimal zu regeln /1,3,5,6,17/. Für ein gutes Führungsverhalten bietet sich der Deadbeat-Regler, der Zustandsregler und der Zustandskaskadenregler an. All diese Konzepte beruhen auf einer guten Modellkenntnis der zu regelnden Strecke. Das Modell kann auf zwei grundsätzlich verschiedene Weisen gewonnen werden. Die eine Möglichkeit geht von den Konstruktionsunterlagen und der physikalischen Anschauung aus /18/. Die zweite Möglichkeit besteht darin, die Übertragungsfunktion des Systems ohne eine physikalische Interpretationsmöglichkeit zu bestimmen. Bei den Identifikationsverfahren ist allerdings vorauszusetzen, daß die zu identifizierende Strecke betriebsbereit ist und mit den entsprechenden Testsignalen beaufschlagt werden kann.

In der vorliegenden Arbeit werden in Kapitel 2 die verschiedenen Modelle für die Industrieroboterachse dargestellt. Sie werden aus der physikalischen Anschauung heraus gewonnen. In Kapitel 3 wird dann ein Entkopplungsverfahren für die untersuchte Achse vorgestellt. Die Entkopplung ist eine Voraussetzung dafür, daß die untersuchten Regelverfahren hinsichtlich ihres Führungsverhaltens miteinander verglichen werden können. Bei allen Regelungskonzepten ist trotz der Entkopplung eine Adaption an das sich laufend ändernde Trägheitsmoment notwendig. In Kapitel 4 wird ein On-line-Identifikationsverfahren für das Trägheitsmoment hergeleitet und der Einfluß der Modellbildung auf die Güte der Identifikation vorgestellt. Eine Identifikation ist nur dann erforder-

lich, wenn das Trägheitsmoment nicht aus der Stellung der einzelnen Achsen und der Kenntnis der Last berechnet werden kann. Die hier zum Einsatz kommenden Regelkonzepte sollten mit möglichst wenigen Meßgrößen auskommen. Es wurde deshalb auf einen Geschwindigkeitsmeßgeber und eine Strommessung verzichtet. Als einziger Meßgeber ist ein Winkelschrittgeber mit nachgeschaltetem Zähler vorhanden. Sollten für die Regelung weitergehende Meßgrößen benötigt werden, so sind diese mit Hilfe von Beobachtern zu rekonstruieren. In Kapitel 5 werden die einzelnen Beobachtertypen hinsichtlich ihrer Realisierbarkeit auf dem Mikrorechner, ihres Einschwingverhaltens und ihres Entwurfsaufwandes miteinander verglichen. Die Regelungsaufgabe besteht nun darin, eine überschwingfreie Lageregelung zu realisieren, die unter allen Betriebsbedingungen gleiches dynamisches Verhalten zeigt. Dazu ist bei allen Regelungskonzepten eine Adaption der Reglerparameter notwendig. In Kapitel 6 wird das Zustandsregelungskonzept näher behandelt. Die Kaskadenreglerstrukturen und der Deadbeat-Regler werden in Kapitel 7 hergeleitet und hinsichtlich ihres Adaptionsaufwandes und ihrer Einsatzmöglichkeiten miteinander verglichen.

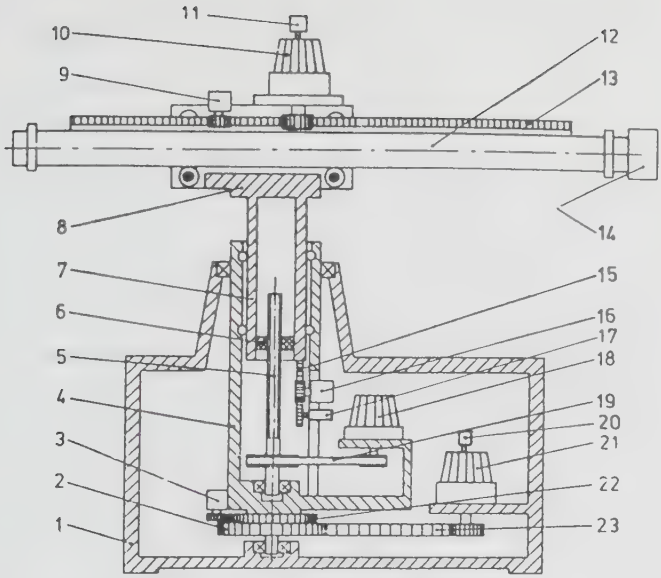
Die einzelnen Regelungskonzepte werden an einem Industrieroboter erprobt. Damit die Ergebnisse verallgemeinert werden können, wurde in allen Diagrammen auf eine bezogene Lageangabe verzichtet. Statt dessen erfolgt die Dimensionsangabe in der Einheit der Auflösung der eingesetzten Winkelschrittgeber.

2. Systembeschreibung des Industrieroboters

Für die Auslegung der später zu entwerfenden Regler ist es notwendig, ein hinreichend genaues mathematisches Modell des Roboters zu erstellen /18/. Im folgenden werden zwei Modelle betrachtet, welche je nach geforderter Genauigkeit Verwendung finden. Das einfachste Modell ist ein Einmassenmodell, welches sich nur bei starren Systemen anwenden läßt. Für eine bessere Approximation des realen Systems wird ein Zweimassenmodell zugrunde gelegt.

2.1. Mechanischer Aufbau

Der prinzipielle mechanische Aufbau des hier untersuchten Industrieroboters vom Typ Transferautomat E der Firma VFW-Fokker ist im Bild 2.1 dargestellt. Der Roboter ist ein Dreiachsengerät und kann Lasten bis zu 15kg aufnehmen. Seine Bewegungsachsen liegen in Richtung der Zylinderkoordinaten. Im weiteren wird bei einer Bewegung in z-Richtung von einer Vertikalbewegung, bei einer Bewegung in r-Richtung von einer Horizontalbewegung und bei einer Bewegung in φ-Richtung von einer Rotationsbewegung gesprochen. Für den Antrieb der einzelnen Achsen werden trägheitsarme Scheibenläufermotoren eingesetzt, die aus linearen oder getakteten Transistorverstärkern gespeist werden. Aufgrund des geringen Drehmomentes der Motoren und des mechanischen Aufbaus müssen zwischen den Achsen und den Motoren Drehmomentwandler bzw. Ritzel-Zahnstangenantriebe geschaltet werden. Die hierfür verwendeten Getriebe besitzen geringes Spiel und große Steifigkeiten. Der Vertikalmotor treibt über einen Keilriemensatz eine in der Vertikalsäule angebrachte Kugelumlaufspindel an. Die zugehörige, fest mit der Vertikalsäule verbundene Kugelumlaufmutter erzeugt daraus eine Vertikalbewegung.



1 Gestell
2 Kettenrad
3 Rotationslagepotentiometer
4 Drehturm
5 Vertikalspindel
6 Kugelumlaufmutter
7 Vertikalsäule
8 Führungskopf
9 Horizontallagepotentiometer
10 Horizontalgetriebemotor
11 Horizontalwinkelschrittgeber
12 Horizontalarm
13 Zahnstange
14 Greiferkopf
15 Meßzahnstange
16 Vertikallagepotentiometer
17 Vertikalwinkelschrittgeber
18 Vertikalmotor
19 Keilriemen
20 Rotationswinkelschrittgeber
21 Rotationsgetriebemotor
22 Meßzahnkranz
23 Antriebskette

Bild 2.1 Prinzipieller Aufbau des Industrieroboters

Der Horizontalarm wird von einem Getriebemotor über eine Zahnstange angetrieben. Der Drehturm wird von einem im Robotergestell montierten Getriebemotor über eine vorgespannte Kette bewegt. Das Übertragungselement Kette besitzt gegenüber Getrieben eine verhältnismäßig geringe Federkonstante. Die Kette kann nur unter gewissen Voraussetzungen als steif angenommen werden. Aus Bild 2.1 ist weiter ersichtlich, daß sich bei der gleichzeitigen koordinierten Bewegung mehrerer Achsen Kopplungen zwischen den einzelnen Antrieben ergeben. Sie entstehen aufgrund von Parameteränderungen oder von dynamischen Momentenrückwirkungen. Diese führen später auf eine nichtlineare Systembeschreibung. Die Lagemessung für die Horizontal- und Rotationsachse erfolgt über Winkelschrittgeber, die auf den Motorwellen angeflanscht sind. Man spricht hier von einer indirekten Lagemessung, da die eigentliche Lagegröße - die Lage des Greiferkopfes - nicht gemessen werden kann. Bei der Vertikalachse ist eine direkte Lagemessung mit Winkelschrittgeber realisiert. Die Lageauflösung beträgt für die Horizontalachse ca. 0,05 mm, für die Vertikalachse ca. 0,05 mm und für die Rotationsachse ca. $4{,}1555 \cdot 10^{-5}$ rad/Imp (420Imp/grd). Auf die Anbringung von Geschwindigkeitsmeßgebern wurde verzichtet.

2.2. Dynamische Eigenschaften

In diesem Abschnitt wird der Einfluß der Parameterschwankungen, der Achseneinkopplungen und der Getriebeanpassungen dargestellt .

2.2.1. Trägheitsänderungen der einzelnen Achsen

Das Bild 2.1 verdeutlicht, daß sich das Trägheitsmoment der Horizontal- und der Vertikalachse aus einem konstanten und einem lastabhängigen Anteil zusammensetzt. Die hier angegebenen Zahlenwerte wurden aus /18/ entnommen. Für den Ver-

tikal- und Horizontalantrieb werden die Trägheitsmomente in träge Massen umgerechnet, da hier als Bewegungsrichtung eine Linearbewegung vorliegt.

Vertikalantrieb:

träge Masse Antrieb	:	5050,0 kg
träge Masse Turm	:	108,2 kg
träge Masse Last	:	< 15,0 kg
Übersetzungsverhältnis	:	0,823
Spindelsteigung	:	$1{,}27 \cdot 10^{-3}$ m/rad

Für die Auslegung der Regelung des Vertikalantriebs kann die Änderung der Masse der Last vernachlässigt und von einer konstanten mittleren Last ausgegangen werden.

Horizontalantrieb:

träge Masse Antrieb	:	184,3 kg
träge Masse Turm	:	32,4 kg
träge Masse Last	:	15,0 kg
Übersetzungsverhältnis	:	0,152
Zahnstangenmodul	:	0,018 m/rad

Beim Horizontalantrieb beträgt der Lasteinfluß weniger als 7 Prozent.

Rotationsantrieb:

Das Trägheitsmoment der Rotationsachse ist nicht nur von der Last, sondern auch von der Stellung der Horizontalachse abhängig und man erhält somit

$$\Theta(r) = \Theta_{Antrieb} + \Theta_{Arm}(r) + \Theta_{Last}(r) \qquad (2.1)$$

Das Trägheitsmoment des Horizontalarmes wird in Abhängigkeit vom Radius r in Bezug auf die Rotationsachse mit Hilfe des Satzes von Steiner berechnet.

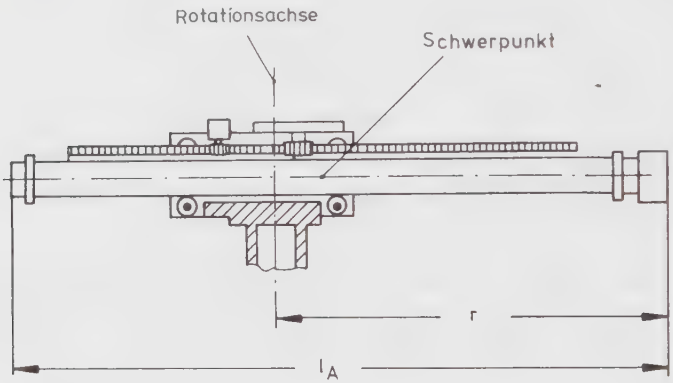


Bild 2.2 Horizontalarm des Roboters

$$\Theta_{Arm}(r) = \Theta_{Arm} + (r - l_A)^2 \, m_A \qquad (2.2)$$

Θ_{Arm} : Trägheitsmoment bezogen auf den Schwerpunkt

m_A : Masse des Horizontalarms

Die Last kann als punktförmig angenommen werden; somit ergibt sich:

$$\Theta_{Last}(r) = m_{Last} r^2 \qquad (2.3)$$

Das Trägheitsmoment des Antriebs setzt sich aus dem des Motors, des Getriebes der Kette und des Turmes zusammen und wird auf die Rotationsachse bezogen.

$$\Theta_{Antrieb} = (\Theta_{Motor} + \Theta_{Getriebe} + \Theta_{Kette} + \Theta_{Turm})/\ddot{u}^2 \qquad (2.4)$$

Setzt man die Gleichungen ineinander ein, so erhält man für

das Trägheitsmoment der Rotationsachse einen quadratischen Ausdruck in r.

$$\Theta(r) = \Theta_{const} + (m_A + m_L) r^2 - l_A m_A r \qquad (2.5)$$

mit

$$\Theta_{const} = \Theta_{Antrieb} + \Theta_{Arm} + l_A{}^2 m_A/4 \qquad (2.6)$$

Setzt man in Gleichung (2.5) die entsprechenden Zahlenwerte nach /18/ ein, so ergibt sich:

$$\Theta(r) = 49{,}71\ \text{kgm}^2 + (32{,}4\ \text{kg} + m_L) r^2 - 51{,}84\ \text{kgm}\ r \qquad (2.7)$$

Zur Verdeutlichung des Einflusses der Radiusänderung und der Laständerung ist in Bild 2.3 das Trägheitsmoment in Abhängigkeit von der Last und des Radius dargestellt.

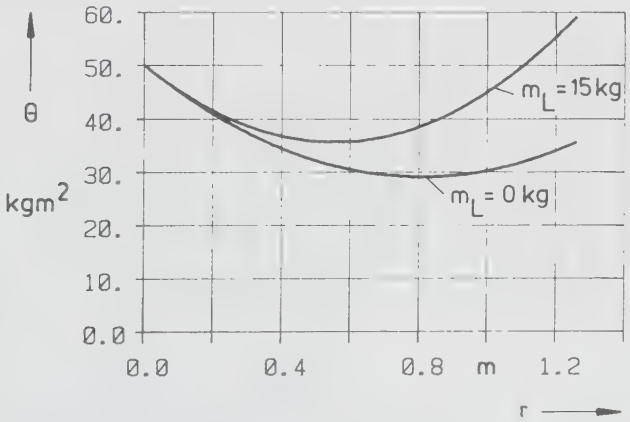


Bild 2.3 Abängigkeit des Trägheitsmomentes der Rotationsachse vom Radius und von der Last

Trägheitsmoment Achse	:	28,8 kgm² - 36,0 kgm²
Trägheitsmoment der Last	:	< 23,5 kgm²
Übersetzungsverhältnis	:	$6{,}571 \cdot 10^{-3}$

Man sieht, daß sich das Trägheitsmoment u.U. verdoppeln kann. Zur Überprüfung der hier theoretisch gewonnenen Kurven bieten sich zwei experimentelle Möglichkeiten an, der Auslaufversuch und das Fahren an der positiven und negativen Stromgrenze.

Beim Auslaufversuch wird von der dynamischen Grundgleichung ausgegangen. Für einen Betriebspunkt wird das vom Motor abgegebene Drehmoment und die Winkelgeschwindigkeit bestimmt. Dann wird die Drehzahl erhöht und anschließend das Antriebsmoment zu Null geregelt. Die Rotationsachse bremst sich dann aufgrund der Reibung selbst ab. Der zugehörige Drehzahlverlauf ist in Bild 2.4 dargestellt.

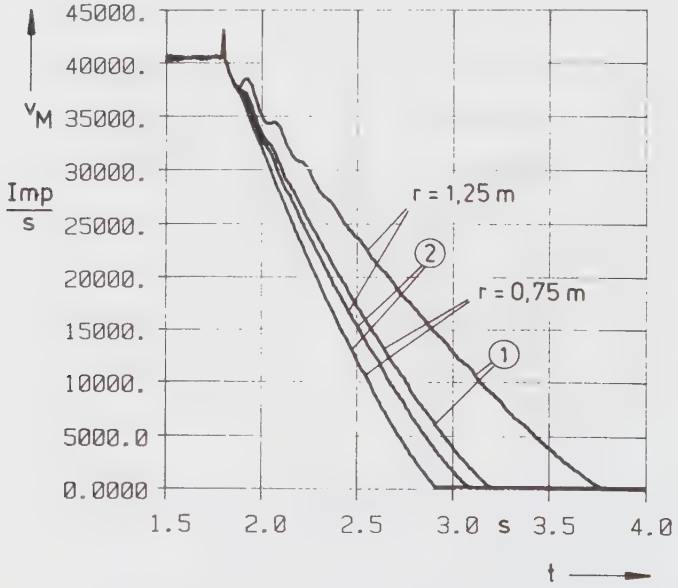


Bild 2.4 Auslaufkurven der Rotationsachse
1 : mit aufgenommener Last (15kg)
2 : ohne Last

Aus dem vorher für den Betriebspunkt bestimmten Reibungsmoment und der aus dem Bild 2.4 entnommenen Steigung an dieser Stelle läßt sich das Trägheitsmoment nach folgender Formel bestimmen:

$$\Theta(r_O) = -\frac{1}{2\pi}\,(-d_L)\,\frac{\Delta T}{\Delta n}\Bigg|_{r_O,\,v_O} \qquad (2.8)$$

Die zweite Möglichkeit, das Trägheitsmoment und das Reibungsmoment dynamisch zu bestimmen ergibt sich aus dem Fahren des Antriebes an der positiven sowie negativen Drehmomentgrenze. Dies ist hier möglich, da der Leistungsverstärker eine positive sowie negative aktive Strombegrenzung besitzt und eine unterlagerte Stromregelung nicht vorhanden ist. Als weitere Voraussetzung ist es notwendig, daß die Antriebsgeschwindigkeit ihre Polarität wechselt, damit eine Vorzeichenumkehr des Reibungsmomentes erfolgt.

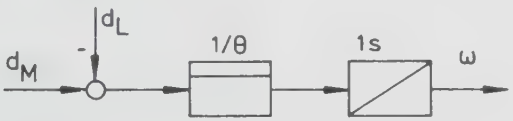


Bild 2.5 Strukturbild des Motors beim Fahren an der Drehmomentgrenze (Stromgrenze)

Berechnung des Trägheitsmomentes und des Reibungsmomentes

$d_L = \mathrm{sign}(\omega)\; d_{Reibung}$

dynamische Grundgleichung:

$$d_M - d_L = \Theta\dot{\omega} \qquad (2.9)$$
$$\omega = v_M/K_{Imp}$$

Aus Bild 2.6 können die zur Berechnung des Trägheits- und Reibungsmomentes notwendigen Zahlenwerte entnommen werden.

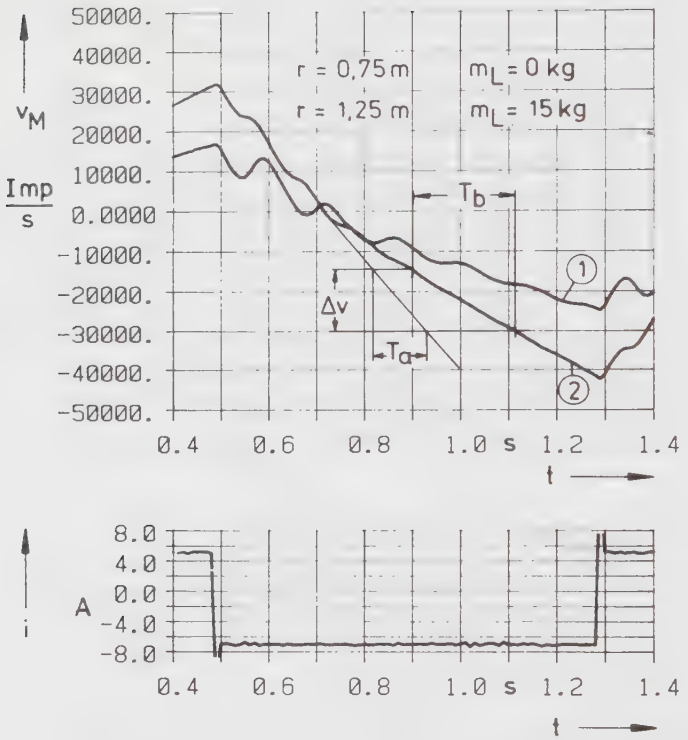


Bild 2.6 Drehzahlverläufe beim Fahren an der Drehmomentengrenze

1 : mit aufgenommener Last (15kg)

2 : ohne Last

Für den Bereich Abbremsen n> 0 gilt:

$$T_a \ (d_M + |d_{Reibung}|) = \Theta \Delta\omega \qquad (2.10)$$

Für den Bereich Beschleunigen n< 0 gilt:

$$T_b \ (d_M - |d_{Reibung}|) = \Theta \Delta\omega \qquad (2.11)$$

aus Gleichung(2.10) und Gleichung(2.11) erhält man

$$d_{Reibung} = d_M \frac{T_b - T_a}{T_a + T_b} \qquad (2.12)$$

$$\Theta(r_O) = d_M \frac{1}{\Delta\omega} \frac{2\,T_a\,T_b}{T_a + T_b} \qquad (2.13)$$

2.2.2. Reibungsmoment der Rotationsachse

Bei den vorhergehenden Messungen hat sich gezeigt, daß das Reibungsmoment in starkem Maße geschwindigkeitsabhängig ist, aber fast unabhängig von der Last. Bild 2.7 zeigt die Abhängigkeit des Reibungsmomentes von der Motorgeschwindigkeit. Der starke Abfall des Reibungsmomentes beim Übergang vom Stillstand zu kleinen Motorgeschwindigkeiten ist eine Folge des Absinkens des Reibungskoeffizienten beim Übergang von Haft- auf Gleitreibung (Stick-Slip-Effekt).

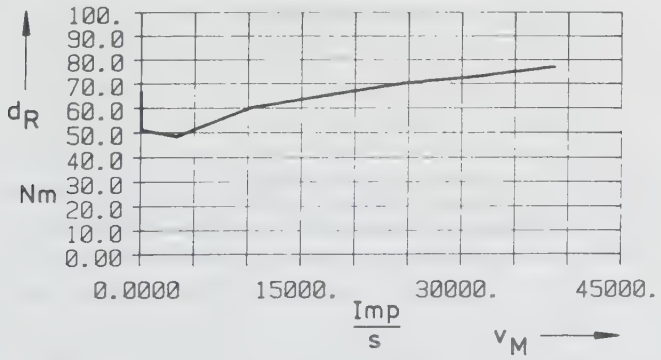


Bild 2.7 Abhängigkeit des Reibungsmomentes von der Motorgeschwindigkeit

2.2.3. Optimale Getriebeanpassung

Die Anpassung der Motormomente an die von den Achsen geforderten Momente erfolgt über Getriebe. Zur Beurteilung der Güte der Getriebeanpassung kann man von einem der folgenden Kriterien ausgehen.

- Anpassung an eine notwendige Geschwindigkeit,
- Erreichen einer maximalen Dynamik,
- Erreichen eines bestimmten Nutzmomentes,
- Annähernde Unabhängigkeit der Antriebsdynamik von Parameteränderungen auf der Lastseite.

Für die Optimierung der Getriebeübersetzung der Horizontalachse wurde Beschleunigungsoptimalität (hohe Dynamik), hohe erreichbare Geschwindigkeit und ein möglichst geringer Einfluß der aufgenommenen Last auf die Dynamik gefordert. Auf die Forderung nach einem großen stationär aufzubringenden Nutzmoment wurde verzichtet. Als gegeben wurde der vorhandene Motor (max. Drehzahl 3000 min^{-1}, nutzbares Motormoment 4,4 Nm) und die Robotermechanik betrachtet. Die veränderbare Größe ist in diesem Fall die Getriebeübersetzung ü. In Bild 2.8 ist die Verfahrzeit T in Abhängigkeit von der Getriebeübersetzung ü sowie der dabei maximal auftretenden Greiferkopfbeschleunigung für eine Verfahrstrecke von einem Meter für den Horizontalantrieb aufgetragen. In der Verfahrzeit sind die Beschleunigungszeiten und die Zeit, während der mit konstanter Geschwindigkeit gefahren wird, enthalten. Aus Bild 2.8 ist ersichtlich, daß für kleine Übersetzungsverhältnisse eine Getriebeübersetzungsänderung eine große Auswirkung auf die Optimierung hat. Das Optimum ist schwach ausgeprägt, so daß sich ein großer Anpassungsspielraum ergibt.

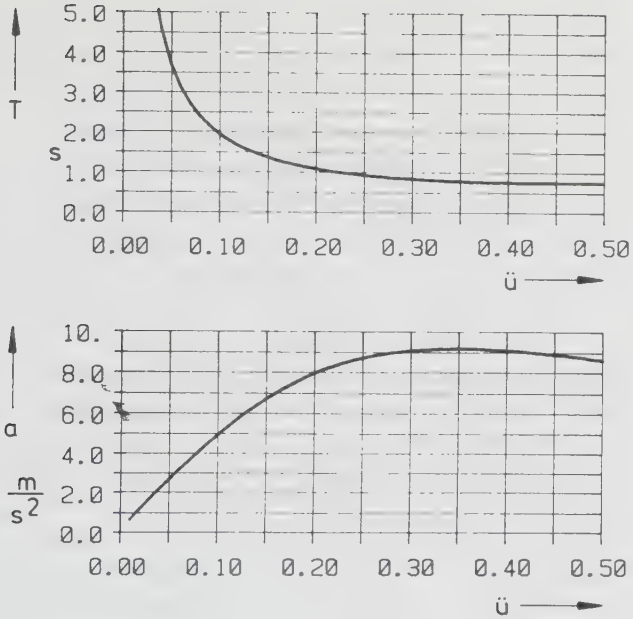


Bild 2.8 Abhängigkeit der Verfahrzeit T und der maximalen Greiferkopfbeschleunigung von der Getriebeübersetzung ü

2.2.4. Drehmomenteinkopplungen auf die Rotationsachse

2.2.4.1 Coriolismoment

Das Coriolismoment ist ein rein dynamisch auftretendes Belastungsmoment und entsteht wenn sich die Horizontal- und die Rotationsachse gleichzeitig bewegen. Durch das Aus- bzw. Einfahren des Horizontalarmes ändert sich das Trägheitsmoment der Rotationsachse. Fährt der Rotationsantrieb mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und verändert sich gleichzeitig die Stellung des Horizontalarmes, so muß vom Rotationsantrieb zusätzlich noch das Coriolismoment d_C aufgebracht werden.

$$d_C = \omega \frac{d\theta(r)}{dt} \qquad (2.14)$$

Mit Gleichung (2.5) und (2.14) erhält man

$$d_C = -2\dot{r}\omega\,((m_A + m_L)r - l_A m_A/2) \qquad (2.15)$$

Zur graphischen Darstellung des Coriolismoments eignet sich als Parameter der Radius r, wenn das Geschwindigkeitsprodukt ($\dot{r}\omega$) als konstant angenommen wird. In Bild 2.9 ist das Coriolismoment für das maximale Geschwindigkeitsprodukt in Abhängigkeit vom Radius und für verschiedene Lasten dargestellt. Das Coriolismoment kann beide Vorzeichenrichtungen annehmen und bis zu 87 Prozent des Nennmoments des Rotationsantriebs betragen.

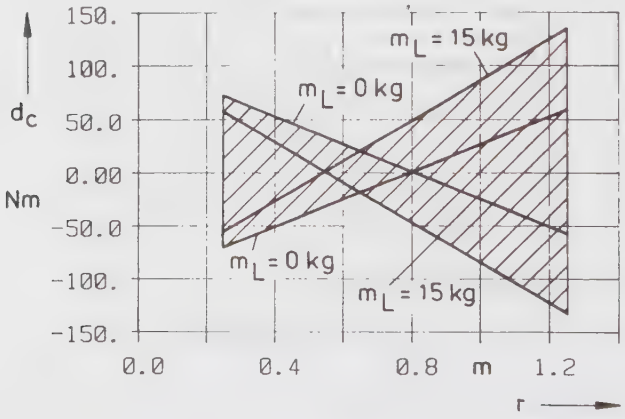


Bild 2.9 Abhängigkeit des Coriolismomentes vom Radius und der aufgenommenen Last bei maximalem Geschwindigkeitsprodukt ($\dot{r}\omega$)

2.2.4.2. Reaktionsmomente

Beim Beschleunigen der Horizontal- bzw. der Vertikalachse treten über die Drehimpulse Rückwirkungen auf den Schwenkantrieb auf, die dann von diesem kompensiert werden müssen. Laut /18/ ergibt die größte Drehimpulsänderung beim unbelasteten Roboter ein zusätzlich aufzubringendes Moment von ca. 4 Prozent des Nennmomentes und kann somit für die weiteren Betrachtungen vernachlässigt werden.

2.3. Zustandsdarstellungen der Rotationsachse

Die mathematische Beschreibung der Rotationsachse soll in Form von Zustandsgleichungen erfolgen. Anhand dieser werden dann auch die einzelnen Reglerentwürfe durchgeführt. Wie bereits gezeigt, treten zwischen der Vertikalachse und der Rotationsachse keinerlei Kopplungen oder Beeinflußungen auf, so daß auf eine Berücksichtigung dieser Achse in den Zustandsdarstellungen verzichtet werden kann. Des Weiteren soll beim Rotationsantrieb von einem Gleichstrommotor mit vernachlässigbarer Ankerinduktivität ausgegangen werden. Der Stromanstieg erfolgt so schnell, daß er aufgrund der erreichten Abtastzeit der digitalen Regelung mit dem vorhandenen Digitalrechner nicht erfaßbar ist.

2.3.1. Zustandsgleichungen für das Einmassenmodell

Das Einmassenmodell entspricht im Strukturbild dem des Gleichstrommotors mit vernachlässigter Ankerinduktivität. Allerdings ist dabei zu beachten, daß das Trägheitsmoment von der Stellung des Horizontalantriebs und der Masse der Last abhängig ist.

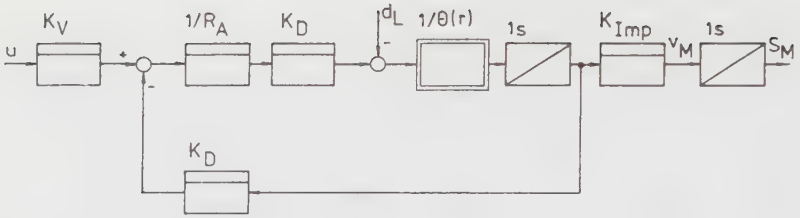


Bild 2.10 Strukturbild der Rotationsachse als Einmassen modell

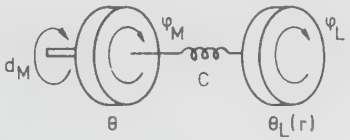
Verstärkung des Leistungsverstärker : $K_V = 7{,}8$
Ankerwiderstand des Motors : $R_A = 1{,}81\ \Omega$
Drehmomentkonstante : $K_D = 26{,}7$ Nm/A
Impulsgeberkonstante : $K_{Imp} = 24064{,}23$ Imp/Rad

Alle hier angegebenen Daten sind auf die Rotationsachse bezogen, d.h. in sie ist die Übersetzung des Getriebes bereits eingerechnet. Wegen des Digitalrechners ist eine Rechnung in bezogenen Größen nicht notwendig, so daß im Strukturbild die Meßgeberkonstanten erscheinen. Als Zustandsgrößen wurden die Drehturmdrehzahl in Impulsen pro Sekunde und die Drehturmlage in Impulsen verwendet. Die Lagemessung erfolgte weiterhin an der Motorwelle. Damit ergibt sich folgende Zustandsdarstellung, in der auch ein äußeres Lastmoment mit berücksichtigt ist:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_M \\ \dot{s}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D^2}{R_A\,\theta(r)} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_M \\ s_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_V K_D K_{Imp}}{R_A\,\theta(r)} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -\frac{K_{Imp}}{\theta(r)} \\ 0 \end{bmatrix} d_L \qquad (2.16)$$

2.3.2. Zustandsgleichungen für das Zweimassenmodell

Das von Kapitel 2.3.1. verwendete Modell wird nun erweitert, so daß die Elastizitäten von dem Getriebe und der Kette mit berücksichtigt werden können. Dazu wird das Trägheitsmoment in zwei Anteile zerlegt /18/. Der erste Anteil des Trägheitsmomentes bleibt unter allen Betriebsbedingungen konstant, während der zweite Anteil abhängig von der Stellung des Horizontalarms sowie der Größe der aufgenommenen Last ist.



$$S_M = \varphi_M \cdot K_{Imp}$$

$$S_L = \varphi_L \cdot K_{Imp}$$

Bild 2.11 Veranschaulichung des Zweimassenmodells

Die Bewegungsanregung des Arms erfolgt über den Differenzwinkel zwischen Motorlage und Greiferkopflage. Die Lagemessung erfolgt weiterhin an der Motorwelle.

Die zusätzlich benötigten Konstanten haben die Werte:

Federkonstante : $c = 65\ 000$ Nm/rad
Trägheitsmoment : $\Theta = 20.8$ kgm^2
variables Trägheitsmoment : 8 kgm$^2 < \Theta_L(r) < 39$ kgm^2

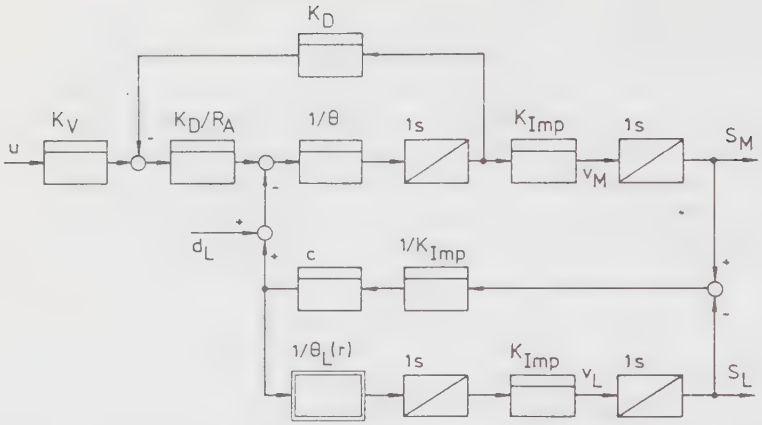


Bild 2.12 Strukturbild der Rotationsachse als Zweimassensystem

Aus Bild 2.12 läßt sich die zugehörige Zustandsdarstellung ableiten. Als Zustandsgrößen werden die auf die Rotationsachse umgerechnete Motorlage (s_M) und die Motorgeschwindigkeit (v_M) sowie die Greiferlage (s_L) und die Greifergeschwindigkeit (v_L) verwendet. Im Lastmoment (d_L) sind die äußeren Störungen sowie die Koppelmomente und Reibungsmomente enthalten.

Gleichung: 2.17

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_L \\ \dot{s}_L \\ \dot{v}_M \\ \dot{s}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -c/\Theta_L(r) & 0 & c/\Theta_L(r) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c/\Theta & -K_D^2/(\Theta R_A) & -c/\Theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_L \\ s_L \\ v_M \\ s_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_V K_D K_{Imp}/(R_A \Theta) \\ 0 \end{bmatrix} u +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{Imp}/\Theta \\ 0 \end{bmatrix} d_L$$

$$y = s_M$$

allgemeine Darstellung:

$$\dot{\underline{x}}^* = \underline{a}^* \underline{x}^* + \underline{b}^* u + \underline{b}_S^* d_L$$

$$y^* = \underline{c}^* \underline{x}^* \qquad (2.18)$$

Diese sehr anschauliche Beschreibung ist für die späteren Reglerentwürfe mit Beobachter nicht geeignet. Als Meßgröße liegt nur die einfach zu messende Motorlage (s_M) vor. Die Greiferlage (s_L) ist schwierig zu messen und muß deshalb beobachtet werden. Wegen des großen Bewegungsbereiches und der hohen Lageauflösung führen bereits kleine numerische Ungenauigkeiten zu großen Berechnungsfehlern in den Regelalgorithmen. Es empfiehlt sich daher ein Übergang auf andere Zustandsvariable. Es wird die Differenz zwischen Motorlage und Greiferlage und die Differenz zwischen Motorgeschwindigkeit und Greifergeschwindigkeit als neue Zustandsgröße eingeführt. Diese Zustandsgrößen sind im allgemeinen sehr klein und daher rechentechnisch einfacher zu verarbeiten. Im weiteren wird nur noch von dieser Darstellung ausgegangen.

Definition der neuen Zustandsgrößen bei der Roboterdarstellung als Zweimassensystem:

$$\begin{aligned} x_1 &= v_L - v_M \\ x_2 &= s_L - s_M \\ x_3 &= v_M \\ x_4 &= s_M \end{aligned} \qquad (2.19)$$

Transformation der Gleichung (2.17) auf die neue Zustandsdarstellung

$$\begin{aligned} \underline{x} &= \underline{T} \underline{x}^* \\ \dot{\underline{x}} &= \underline{T}\underline{a}^* \underline{T}^{-1} \underline{x} + \underline{T}\underline{b}^* u + \underline{T}\underline{b}_S^* d_L \\ y &= \underline{c}^* \underline{T}^{-1} x \end{aligned} \qquad (2.20)$$

Aus Gleichung (2.17) und (2.19) bestimmt sich die Transformationsmatrix $\underline{T}$ zu:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.21)$$

Damit ergibt sich dann folgende Systembeschreibung

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underline{a}\underline{x} + \underline{b}u + \underline{b}_s d_L \\ y &= cx \end{aligned} \qquad (2.22)$$

2.3.3. Diskrete sprunginvariante Zustandsdarstellung der Rotationsachse

Die gegebene kontinuierliche Systemdarstellung wird in eine äquivalente diskrete Zustandsdarstellung umgewandelt. Dies bedeutet, daß die berechneten diskreten Zustandsgrößen mit den entsprechenden abgetasteten Größen des kontinuierlichen Systems für eine spezielle Erregung identisch sind. Dies ist nur dann möglich, wenn der Zeitverlauf der kontinuierlichen Erregung vorher bekannt ist. Im Falle der digitalen Regelung ist das Streckeneingangssignal im allgemeinen treppenförmig, da es sich während eines Abtastintervalls nicht ändert.

Für die Umrechnung in eine zeitdiskrete Systemdarstellung geht man von der Zustandsdifferentialgleichung und deren Lösung aus.

Zustandsdarstellung des kontinuierlichen Systems:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{a}\underline{x}(t) + \underline{b}u(t) \\ y(t) &= \underline{c}\underline{x}(t) \end{aligned} \qquad (2.23)$$

Lösung der Zustandsgleichungen des kontinuierlichen Systems:

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{a}(t-t_0)}\ \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{\underline{a}(t-\tau)}\ \underline{b}u(\tau)d\tau \qquad (2.24)$$

Bei digital geregelten Strecken wird die Stellgröße durch ein Halteglied erzeugt, d.h. es ist:

$$u(t) = u(kT) \quad \text{für } kT \leq t < (k+1)T$$

Für diese spezielle Erregung ergibt sich als Lösung für den Zustandsvektor $\underline{x}(t)$ zum nächsten Abtastzeitpunkt:

$$\underline{x}(kT+T) = e^{\underline{a}T}x(kT) + \underline{b} \int_{kT}^{kT+T} e^{\underline{a}(kT+T-\tau)}\ d\tau\ \ u(kT)$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird das Argument kT durch k abgekürzt und die diskreten Zustandsvariablen werden mit z bezeichnet. Damit erhält man das folgende Differenzengleichungssystem für das diskretisierte sprunginvariante kontinuierliche System.

$$\begin{aligned} \underline{z}(k+1) &= \underline{A}z(k) + \underline{B}u(k) \\ y(k) &= \underline{C}z(k) \end{aligned} \qquad (2.25)$$

mit

$$\underline{A} = e^{\underline{a}T}$$

$$\underline{B} = \underline{b} \int_{kT}^{kT+T} e^{\underline{a}(kT+T-\tau)}\ d\tau$$

Die Transitionsmatrix $\underline{A}$ und der Vektor $\underline{B}$ können über eine Reihenentwicklung oder aber analytisch bestimmt werden.

Reihenentwicklung:

$$\underline{A} = \underline{I} + \sum_{i=1}^{\infty} \underline{a}^i \frac{T_{ab}{}^i}{i!} \tag{2.26}$$

Analytische Lösung:

$$\underline{A} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ (s\,\underline{I} - \underline{a})^{-1} \right\} \Big|_{T_{ab}} \tag{2.27}$$

2.3.4. Sprunginvariante Transformation von Übertragungsfunktionen

Liegt die Streckenbeschreibung in Form einer Übertragungsfunktion vor, so bietet sich zur Transformation in eine zeitdiskrete Darstellung für sprungförmige Eingangsgrößen der Weg nach /38/ an. Die Übertragungsfunktion wird in eine Summendarstellung gebracht, von der aus sich der Übergang leicht vollziehen läßt.

Analoge Übertragungsfunktion:

$$H(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{b_i}{s + a_i} + \sum_{i=1}^{l} \frac{c_i}{s} \tag{2.28}$$

Diskrete sprunginvariante Übertragungsfunktion:

$$H(z) = \sum_{i=1}^{n} \frac{b_i}{a_i} \frac{1 - e^{-a_i T_{ab}}}{z - e^{-a_i T_{ab}}} + \sum_{i=1}^{l} \frac{c_i T_{ab}}{z - 1} \tag{2.29}$$

2.4. Abhängigkeit der Kenngrößen von Parameteränderungen

In den vorherigen Kapiteln ist gezeigt worden, daß das Trägheitsmoment die hauptsächliche Einflußgröße für die Änderung der Kenngrößen ist.

2.4.1. Abhängigkeit der Pole vom Trägheitsmoment

Sowohl die Änderung des Radius als auch die Änderung der aufgenommenen Last spiegeln sich im Trägheitsmoment wider; deshalb ist es ausreichend, das Trägheitsmoment als alleinige Einflußgröße für die Lage der Pole zu betrachten. Geht man von Gleichung (2.23) aus und bestimmt von der Matrix $(s\underline{I} - \underline{a})$ die Determinante, so erhält man die Pole des Systems. In Bild 2.13 sind die Pole in der komplexen Ebene dargestellt. Man erkennt, daß das System mit abnehmendem Trägheitsmoment immer schneller wird. Der Pol im Ursprung ist der charakteristische Pol für ein integrierendes System, welches hier vorliegt.

$$\det(s\underline{I} - \underline{A}) = s\,(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \qquad (2.30)$$

$$a_2 = \frac{K_D^{\,2}}{\Theta R_A}$$

$$a_1 = c\,\frac{\Theta + \Theta_L(r)}{\Theta\,\Theta_L(r)}$$

$$a_0 = c\,\frac{K_D^{\,2}}{R_A\,\Theta\,\Theta_L(r)}$$

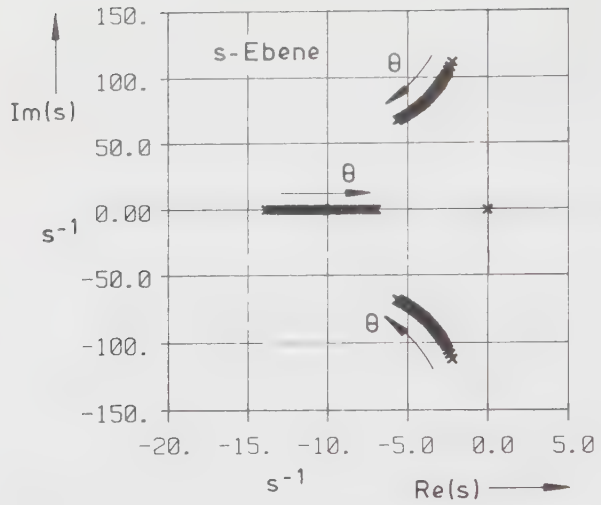


Bild 2.13 Abhängigkeit der Pole vom Trägheitsmoment

2.4.2. Abhängigkeit der Frequenzgänge vom Trägheitsmoment

Die Frequenzgänge geben eine gute Übersicht über die Eigenschwingungen und die Übertragungseigenschaften des Systems. Es werden die wesentlichen Übertragungsfunktionen angegeben.

a) Motorlage zur Eingangsspannung:

$$H_1(s) = \frac{K_V K_D K_{Imp} \left(s^2 + \frac{c}{\theta_L(r)}\right)}{R_A \theta \det(s\underline{I} - \underline{a})} \qquad (2.31)$$

b) Greiferlage zur Eingangsspannung

$$H_2(s) = \frac{K_V K_D K_{Imp} c}{R_A \theta \theta_L(r) \det(s\underline{I} - \underline{a})} \qquad (2.32)$$

c) Motorlage zum Lastmoment (Störübertragungsfunktion)

$$H_3(s) = \frac{-K_{Imp}}{\theta} \; \frac{\left(s^2 + \frac{c}{\theta_L(r)}\right)}{\det(s\underline{I} - \underline{a})} \qquad (2.33)$$

In Bild 2.14 wird der Einfluß des Trägheitsmoments auf den Frequenzgang der Motorlage deutlich.

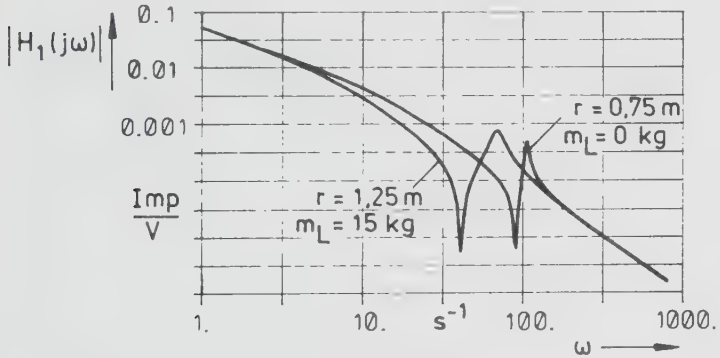


Bild 2.14 Einfluß des Trägheitsmomentes auf den Führungsfrequenzgang $H_1(j\omega)$.

3. Prinzip der nichtlinearen Systementkopplung

In Kapitel 2 wurde die Rotationsachse des Industrieroboters näher dargestellt und die Störeinflüsse, die auf sie wirken, aufgezeigt. Geht man aber von einer Betrachtung des Gesamtsystems aus, in diesem Falle der Horizontal- und Rotationsachse, so sind die Störeinflüsse als Kopplungen zwischen den beiden Achsen zu betrachten. Damit ergibt sich das Problem einer Mehrgrößenregelung. Es stehen als Stellgrößen die beiden Spannungen der Leistungsverstärker zur Verfügung. Das Prinzip der nichtlinearen Systementkopplung /9,28,29/ soll nun dazu führen, daß für jede Achse, unabhängig von den Systemkopplungen, die Struktur für die Regelung erhalten bleibt und nur das vorgeschaltete Entkopplungsnetzwerk dem einzelnen Roboter angepaßt werden muß(Bild 3.1). Für die Herleitung wird von einer Zustandsdarstellung des Gesamtsystems ausgegangen.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{a}(\underline{x},t) + \underline{b}(\underline{x},t)\underline{u}(t)$$
$$\underline{y}(t) = \underline{c}(\underline{x},t) \qquad (3.1)$$

Die Matrizen $\underline{a}(\underline{x},t)$, $\underline{b}(\underline{x},t)$ und $\underline{c}(\underline{x},t)$ sind zeitvariant und nichtlinear.

Um das System zu entkoppeln und das Zeitverhalten der entkoppelten Untersysteme frei wählen zu können, wird eine zeitvariable nichtlineare Zustandsvektorrückführung benutzt.

$$\underline{u}(t) = \underline{f}(\underline{x},t) + \underline{g}(\underline{x},t)\underline{w}(t) \qquad (3.2)$$

Damit ergibt sich für das geregelte Gesamtsystem:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{a}(\underline{x},t) + \underline{b}(\underline{x},t)\underline{f}(\underline{x},t) + \underline{b}(\underline{x},t)\underline{g}(\underline{x},t)\underline{w}(t)$$
$$\underline{y}(t) = \underline{c}(\underline{x},t) \qquad (3.3)$$

Die Systementkopplung des Mehrgrößensystems gilt dann als vollzogen, wenn nur der dem entsprechenden Ausgang zugehörige Eingang dessen Ausgangsverhalten beeinflußt (Bild 3.1). Zur Erfüllung dieser Forderung müssen die Matrizen $\underline{f}$ und $\underline{g}$ bestimmbar sein. Für die Bestimmbarkeit sind in /29/ mehrere Forderungen angegeben, die vom System erfüllt werden müssen. Erfüllt ein System diese Forderungen, so ist eine vollständige Entkopplung möglich. Damit ergibt sich dann für das vollständig entkoppelte System folgendes Strukturbild.

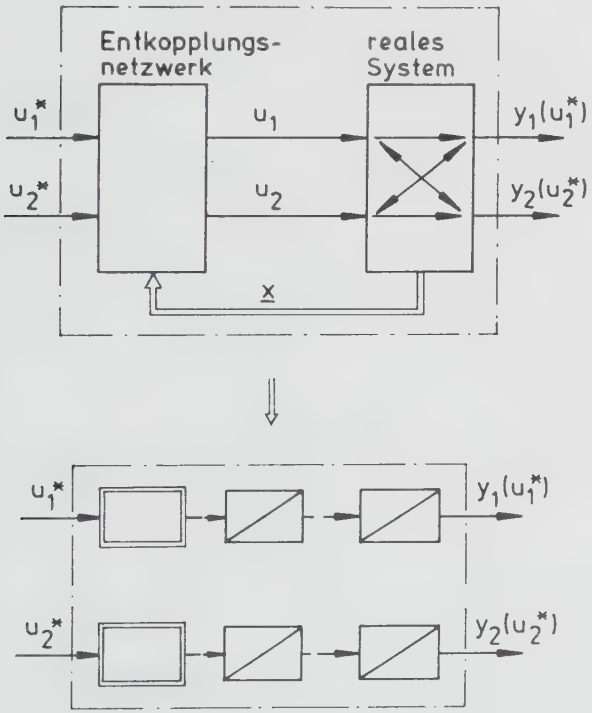


Bild 3.1 Übergang vom gekoppelten zum entkoppelten System

Diese Entkopplungsforderungen beinhalten gleichzeitig, daß sich das entkoppelte System als eine Integriererkette darstellen läßt. Die Nichtlinearitäten verschwinden somit aus dem Regelungs- und Beobachterentwurf und gehen in das Entkopplungssystem ein. Damit ergibt sich der Vorteil, daß die Beobachter- und Reglerkoeffizienten unabhängig vom Systemzustand sind. Wird dieses Verfahren jetzt auf den Roboter und hier insbesondere auf die Horizontal- und Rotationsachse angewandt und gleichzeitig der Roboter als starres System (Einmassenmodell) angenommen, so ergeben sich für die Realisierung einer digitalen Regelung wesentliche Vorteile, die zu einer nennenswerten Reduzierung der Rechenzeit und einer erhöhten numerischen Genauigkeit führen. In Bild 3.2 sind die Einkopplungen in die Rotationsachse dargestellt, die sowohl von der Horizontalachse als auch von der Eigenbewegung der Rotationsachse selbst hervorgerufen werden. Für die Entkopplung der Rotationsachse wird das Lastmoment (Coriolismoment), das variable Trägheitsmoment (Stellung des Horizontalarms) und die Eigenbewegung (E_A- Rückführung) der Rotationsachse benötigt, um mit einer entsprechenden Entkopplungsspannung vorsteuern zu können.

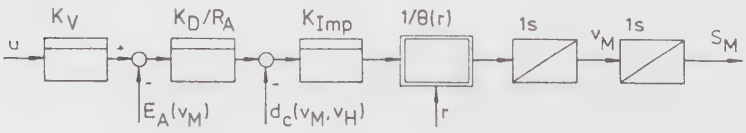


Bild 3.2 Einkopplungen in die Integriererkette des Rotationsantriebs

Durch ein Entkopplungsnetzwerk können die Einflüsse vom Coriolismoment und der E_A- Rückführung unterdrückt werden, so daß für den Reglerentwurf für die Rotationsachse das entkoppelte System nach Bild 3.2 (Integriererkette mit einer Nichtlinerität) zugrunde gelegt werden kann.

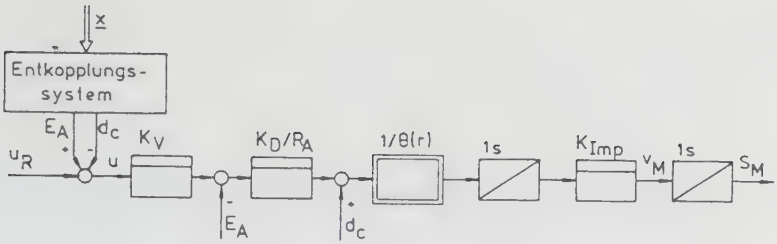


Bild 3.3 Entkoppeltes System mit einer Nichtlineraität

Wird nun für die Integriererkette ohne die Nichtlinearität (variables Trägheitsmoment) ein Zustandsregler mit Beobachter entworfen, so sind die Rückführ- und Beobachterkoeffizienten konstant. Da aber die Reglerausgangsspannung nicht direkt auf die Integriererkette aufgeschaltet werden kann, muß sie zur Kompensation der Nichtlinearität noch mit deren inversen Funktion multipliziert werden. Aufgrund dieser Multiplikation und der Berechnung der systemeigenen Kopplungsgrößen wird dieses Entkopplungsverfahren auch als Systementkopplung mit dem inversen System bezeichnet. Ein weiterer sich einstellender Vorteil besteht darin, daß ein u. U. notwendiger Beobachter ebenfalls nur für ein linerares zeitinvariantes System zu entwerfen ist. Allerdings kann die Eingangsgröße für die Beobachtung der Integriererkette nicht direkt gemessen und dem Beobachter zugeführt werden, sondern es muß die Reglerausgangsspannung verwendet werden. Sie ist dann noch mit den Konstanten und der Funktion der Nichtlinearität zu verknüpfen. Im Bild 3.4 ist die Entkopplung und die nichtlineare Zustandsregelung für ein System 2. Ordnung dargestellt.

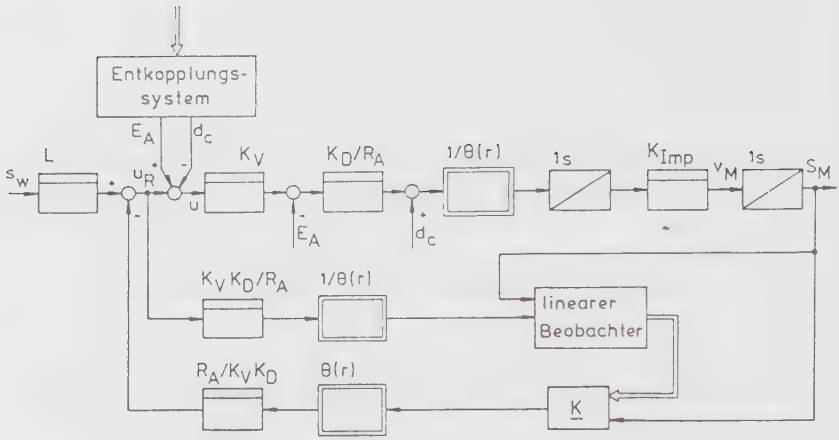


Bild 3.4 Entkoppeltes System 2.Ordnung mit nichtlinearer Zustandsregelung

Im Folgenden soll die wesentlichste Bedingung für eine Entkopplung und eine mögliche nichtlineare Zustandsregelung mit Beobachter und konstanten Koeffizienten angegeben werden. Dazu muß der Begriff der Differenzenordnung eingeführt werden. Die Differenzenordnung gibt an, auf welche zeitliche Ableitung des Ausgangs $y_i(t)$ der Eingang $u_i(t)$ direkt einwirkt.

Die Bedingung lautet nach /29/:

- Die Summe der Differenzenordnungen muß gleich der Systemordnung sein.

Die Grundlage für diese Art der Systementkopplung ist, daß weder Integrierer hinzugefügt noch entfernt werden dürfen. Näheres dazu findet sich in /9,28,29/. Die Brauchbarkeit dieses Entkopplungsverfahrens hängt stark von der Genauig-

keit ab, mit der die Streckenparameter ermittelt werden können. Bei Scheibenläufermotoren ist eine E_A-Rückführkompensation wegen der Ankerrückwirkung nicht unproblematisch.

Zweimassenmodell der Rotationsachse

Auch für das Zweimassenmodell der Rotationsachse des Roboters ist eine Regelung mit Hilfe des inversen Systems möglich. Hierzu ist es aber erforderlich, daß die Greiferkopflage gemessen werden kann. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall. Steht nur die leicht meßbare Motorlage zur Verfügung, so läßt sich mit ihr kein inverses System finden, da gegen die Bedingung der Differenzenordnung verstoßen wird. Für ein Eingrößensystem läßt sich nur dann ein inverses System finden, wenn die zugehörige Übertragungsfunktion zwischen Eingangsgröße und Ausgangsgröße keine Nullstelle besitzt. Dies ist bei dem hier betrachteten Roboter nur für die Übertragungsfunktion zwischen der Stellspannung und der Greiferkopflage, die aber nicht meßbar ist, möglich. Deshalb mußte hier auf eine Entkopplung verzichtet werden, und der aufwändigere Lösungsweg über eine Adaption der Regler- und Beobachterkoeffizienten beschritten werden.

4. Streckenidentifikation

Die in Kapitel 2 durchgeführte Modellbildung der Industrieroboterachse ist mit einem erheblichen meßtechnischen Aufwand verbunden und setzt ein gutes physikalisches Verständnis des Systems voraus. Die Methoden der Prozeßidentifikation bieten sich besonders an, wenn die Kenntnisse über die internen Prozeßvorgänge gering sind und geeignete Prozeßrechner zur Auswertung der Meßdaten vorhanden sind. Allerdings gilt hier die Einschränkung, daß die zu identifizierende Strecke betriebsbereit sein muß. Je nach geforderter Dynamik der Identifikation wird zwischen Off-line- und On-line-Verfahren unterschieden. Die On-line-Verfahren führen zu den adaptiven Reglern, die in der Lage sind, während des Prozeßablaufs ihre Koeffizienten zu verändern und sich so den sich laufend verändernden Streckenverhältnissen anzupassen. Für den hier untersuchten Roboter wurden verschiedene Identifikationsverfahren erprobt, die zu unterschiedlichen Regelstrategien führten. Es besteht die Möglichkeit, die komplette diskrete Übertragungsfunktion zu bestimmen, oder aber nur einzelne physikalisch relevante Größen. Wird nur die diskrete Übertragungsfunktion bestimmt, so muß bei einer Adaption des Reglers dieser jedesmal komplett neu berechnet werden. Dies hat einen erheblichen Rechenaufwand zur Folge. Außerdem ist nur schwer eine Plausibilitätsbetrachtung für die Gültigkeit der identifizierten Übertragungsfunktion durchführbar. Deshalb wurde hier der Weg über die Bestimmung einer physikalischen Größe (Trägheitsmoment der Rotationsachse) gewählt. Aus der Kenntnis der physikalischen Randbedingung ist eine schnelle Überprüfung auf die zahlenmäßige Richtigkeit der identifizierten Größe durchführbar.

4.1. Least Square Verfahren

Zur Bestimmung der zeitdiskreten Übertragungsfunktion wurde das Off-line-Parameterschätzverfahren der direkten Methode der kleinsten Quadrate, welches auch noch unter der Bezeichnung Regressionsanalyse mit den unabhängigen Regressoren x und der abhängigen Variablen y zu finden ist, angewandt. Dieses Verfahren hat bei der Implementierung auf einem Prozeßrechner Schwachpunkte. Obwohl die für die Parameterschätzung notwendigen Voraussetzungen (unkorreliertes Fehlersignal, genau bekannter Beharrungszustand, genau meßbares Eingangssignal) erfüllt waren, blieb das Ergebnis hinter den Erwartungen zurück. Dies hat seine Ursache in den numerischen Ungenauigkeiten, die sich bei länger werdender Meßdauer aufsummieren. Die Genauigkeit der Parameterschätzung hängt in starkem Maße von der Anzahl der Meßwerte ab. Eine zu geringe Anzahl der Abtastwerte führt ebenso wie eine zu große Anzahl zu großen Fehlern bei den identifizierten Werten. Dies wird an der Herleitung des Verfahrens deutlich.

Ein linear nicht sprungfähiger Prozeß werde durch die Differenzengleichung (4.1) beschrieben.

$$y(k) + \sum_{i=1}^{n} y(k-i)\, a_i = \sum_{i=1}^{n} u(k-i)\, b_i; \qquad (4.1)$$

y :Ausgangssignal u : Eingangssignal
n : Grad des Systems

An Hand einer Meßreihe der Länge m (m : Anzahl der Messungen) sollen nun die Parameter a_i und b_i so bestimmt werden, daß die diskrete Übertragungsfunktion das reale System möglichst gut beschreibt. Dazu wird als erstes die Gleichung (4.1) für einen Meßpunkt in eine andere Form ge-

bracht, so daß links der aktuelle Meßwert und rechts die vergangenen Meßwerte y und die vergangene Anregung u steht.

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} u\,(k-i)b_i - \sum_{i=1}^{n} y\,(\,k-i\,)a_i \qquad (4.2)$$

Wird jetzt abkürzend geschrieben:

$$\underline{x}(k) = \left[\, u(k-1)\;\; u(k-2)\;\; .\;\; .\;\; u(k-n)\;\; y(k-1)\;\; y(k-2)\;\; .\;\; .\;\; y(k-n)\right]$$

so erhält man:

$$y(k) = \underline{x}(k) \begin{bmatrix} \underline{b} \\ -\underline{a} \end{bmatrix}$$

Für eine Meßreihe der Länge m geht die Gleichung (4.2) in eine Vektorgleichung über, in der $\underline{Y}$ der Meßvektor, $\underline{u}^*$,$\underline{y}^*$ der Anregungsvektor und m^* ($m^* = m-1$) der Laufindex ist.

Gleichungssystem für eine Meßreihe:

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ \cdot \\ \cdot \\ y(k+m^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(k-1) & . & . & . & u(k-n) & y(k-1) & . & . & . & y(k-n) \\ u(k) & . & . & . & u(k+1-n) & y(k) & . & . & . & y(k+1-n) \\ u(k+1) & . & . & . & u(k+2-n) & y(k+1) & . & . & . & y(k+2-n) \\ . & & . & & . & . & & . & & . \\ . & & . & & . & . & & . & & . \\ u(k-1+m^*) & . & . & & u(k-n+m^*) & y(k-1+m^*) & . & . & & y(k-n+m^*) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{b} \\ -\underline{a} \end{bmatrix}$$

abkürzende Schreibweise:

$$\underline{Y} = \left[\underline{u}^* \;\; \underline{y}^*\right] \begin{bmatrix} \underline{b} \\ -\underline{a} \end{bmatrix} \qquad (4.3)$$

Dimensionen: $\underline{Y}$: (m, 1)
$\underline{u}^*$: (m, n)
$\underline{y}^*$: (m, n)
$\underline{a}$: (n, 1)
$\underline{b}$: (n, 1)

Vereinfachend wird jetzt für Gleichung (4.3) geschrieben

$$\underline{Y} = \underline{X}\,\underline{A} \tag{4.4}$$

Dimensionen: $\underline{Y}$: (m,1)
$\underline{X}$: (m,2n)
$\underline{A}$: (2n,1)

Ist die Länge der Meßreihe größer als die doppelte Systemordnung, so ist das Gleichungssystem (4.4) überbestimmt. Es wird nun zur Bestimmung des Koeffizientenvektors $\underline{A}$ die Methode der kleinsten Quadrate angewandt. Sie beruht darauf, daß eine Lösung für das überbestimmte Gleichungssystem (4.4) derart gesucht wird, daß die Summe der Betragsquadrate des Abstandes zwischen den Meßwerten von y und den geschätzten Werten $\hat{y}$, die aus $\underline{A}$ und $\underline{X}$ berechnet werden, minimal wird. Für den Abstand eines einzelnen Meßpunktes ergibt sich:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \tag{4.5}$$

$$e(k) = y(k) - \left[\sum_{i=1}^{n} u(k-i)b_i - \sum_{i=1}^{n} y(k-i)a_i \right]$$

und über alle Meßwerte betrachtet erhält man:

$$\underline{e} = \underline{Y} - \hat{\underline{Y}} \tag{4.6}$$

Aus der Bestimmung für das Minimum der Norm von $\underline{e}$, die über das Skalarprodukt berechnet wird, erhält man die gesuchte Lösung für die Matrix $\underline{A}$.

$$\| \underline{e} \| = (\underline{e}^T, \underline{e}) \tag{4.7}$$

Bilden der Ableitung der Norm von $\underline{e}$ nach der Matrix $\underline{A}$

$$\frac{d \|\underline{e}\|}{d \underline{A}} = -\underline{Y}^T\underline{X} - (\underline{X}^T\underline{Y})^T + 2\underline{A}^T\underline{X}^T\underline{X} = 0 \qquad (4.8)$$

$$\underline{A}^T\underline{X}^T\underline{X} = \underline{Y}^T\underline{X}$$

$$\underline{A} = (\underline{X}^T, \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{Y} \qquad (4.9)$$

Die Bestimmung der inversen Matrix in Gleichung (4.9) weist numerische Probleme auf, wenn die Meßreihen eine gewisse Länge überschreiten. Wird das zu identifizierende System zum Beispiel mit einem Sprung erregt, so stellt sich bei einem nichtintegrierenden stabilen System ein stabiler Zustand ein. Die Diagonalelemente der Matrix $(\underline{X}^T,\underline{X})$ können in Abhängigkeit von der Länge der Meßreihe sehr große Werte annehmen.

$$\text{Diagonalelement } (\underline{X}^T, \underline{X})_{ii} = \sum_{k=1}^{m} X^2_{k,i} \qquad (4.10)$$

Die Betragsfunktion in Gleichung (4.10) zeigt, daß die Diagonalelemente immer größere Werte annehmen können. Dies führt bei dem endlichen Zahlenbereich der Rechner zu Problemen bzw. zur Unbrauchbarkeit des Verfahrens.

4.2. Rekursives Least Square Verfahren

Dieses Verfahren ist ein On-line-Verfahren. Es kommt mit wenig Speicherplatz aus, da die neuen Schätzwerte rekursiv berechnet werden. Es ist somit kein Speicherplatz für lange Meßreihen erforderlich. Allerdings können auch hier numerische Instabilitäten auftreten. Darauf wird in der Herleitung des Verfahrens noch näher eingegangen.

4.2.1. Herleitung des Rekursiven Least Square Verfahrens

Die Herleitung basiert auf dem Least Square Verfahren. Die Bestimmungsgleichung (4.9) für die Koeffizientenmatrix $\underline{A}$ soll jetzt in eine rekursive Gleichung umgeformt werden.

Dazu wird die Abkürzung

$$\underline{P}(k) = (\underline{X}^T(k), \underline{X}(k))^{-1} \qquad (4.11)$$

Dimensionen: $\underline{P}$: (2n,2n)
$\underline{X}$: (m,2n)

eingeführt. Dabei ist zu beachten, daß $\underline{P}$ eine symmetrische Matrix mit der Dimension (2n,2n) ist, wobei n der Systemgrad ist.

Damit ergibt sich nach Gleichung(4.9):

$$\underline{A}(k) = \underline{P}(k)\ \underline{X}^T(k)\ \underline{Y}(k) \qquad (4.12)$$

und für einen Abtastschritt später:

$$\underline{A}(k+1) = \underline{P}(k+1)\ \underline{X}^T(k+1)\ \underline{Y}(k+1) \qquad (4.13)$$

Dimensionen:

$\underline{A}$	: (2n, 1)
$\underline{P}$	: (2n, 2n)
$\underline{X}(k)$	: (m, 2n)
$\underline{X}(k+1)$	: (m+1, 2n)
$\underline{Y}(k)$	: (m, 1)
$\underline{Y}(k+1)$	: (m+1, 1)

Wird nun von Gleichung (4.13) Gleichung (4.12) subtrahiert und noch einige Umformungen vorgenommen, so ergeben sich die Rekursionsgleichungen :

$$\hat{y}(k+1) = \underline{x}(k+1)\ \underline{A}(k) \tag{4.14}$$

und die Rekursionsgleichung für die Koeffizientenmatrix $\underline{A}$

$$\underline{A}(k+1) = \underline{A}(k) + \underline{P}(k+1)\ \underline{x}^T(k+1)(y(k+1) - \hat{y}(k+1)) \tag{4.15}$$

$$\begin{bmatrix}\text{neuer}\\ \text{Schätz-}\\ \text{wert}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\text{alter}\\ \text{Schätz-}\\ \text{wert}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\text{Korrektur-}\\ \text{matrix}\end{bmatrix} * \left[\begin{bmatrix}\text{neuer}\\ \text{Meß-}\\ \text{wert}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{vorherge-}\\ \text{sagter Meß-}\\ \text{wert}\end{bmatrix}\right]$$

$$\underline{A}(2n,1) = \underline{A}(2n,1) + \underline{P}(2n,2n)\underline{x}^T(2n,1)(y(1,1) - \hat{y}(1,1))$$

In der Korrekturmatrix ist die Vergangenheit des Systems mit enthalten. Nach Gleichung (4.11) ist für die Berechnung der $\underline{P}$-Matrix eine Matrizeninversion nötig, diese kann nach /19/ umgangen werden, und es ergibt sich

$$\underline{P}(k+1) = \underline{P}(k) - \underline{P}(k)\underline{x}^T(k+1)\underline{x}(k+1)\underline{P}(k)\ (\underline{x}(k+1)\underline{P}(k)\underline{x}^T(k+1) + 1)^{-1} \tag{4.16}$$

Damit lassen sich jetzt die notwendigen Rekursionsformeln für das Verfahren angeben. Als erstes wird für einen neuen Abtastzeitpunkt Gleichung (4.16) und anschließend Gleichung (4.15) berechnet. Sie liefert dann die für den Zeitpunkt identifizierten Parameter. In der Literatur wird häufig noch für den Ausdruck

$$\underline{P}(k+1)\underline{x}^T(k+1) = \underline{\gamma}(k) \tag{4.17}$$

bzw.

$$\underline{\gamma}(k) = \underline{P}(k)\underline{x}^T(k+1)(\ \underline{x}(k+1)\underline{P}(k)\underline{x}^T(k+1) + 1)^{-1} \tag{4.18}$$

geschrieben. Damit verändert sich dann Gleichung (4.16) zu

$$\underline{P}(k+1) = (\underline{I} - \underline{\gamma}(k)\underline{x}(k+1))\underline{P}(k) \tag{4.19}$$

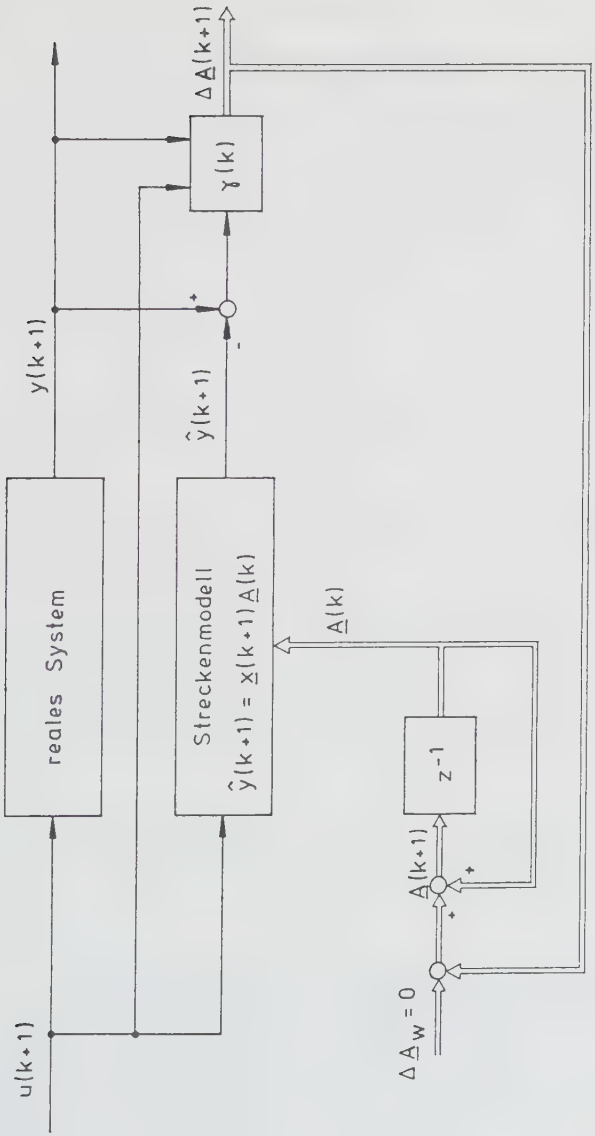


Bild 4.1 Strukturbild zum rekursiven Least Square Verfahren

und Gleichung (4.15) zu

$$\underline{A}(k+1) = \underline{A}(k) + \underline{\gamma}(k)(y(k+1) - \underline{x}(k+1)\underline{A}(k)) \qquad (4.20)$$

Die Gleichungen (4.18, 4.19, 4.20) sind in einem Strukturbild sihe Bild 4.1 dargestellt.

Aus der Rekursionsformel ist ersichtlich, daß zu Beginn des Verfahrens Startwerte für die P-Matrix vorgegeben werden müssen. Diese Startwerte beeinflussen in starkem Maße das Konvergenzverhalten und das Stabilitätsverhalten des Verfahrens.

4.2.2. Erprobung des Rekursiven Least Square Verfahrens

Für die Erprobung des RLS-Verfahrens wird das Einmassenmodell der Rotationsachse nach Kapitel 2 Bild 2.10 verwendet. Damit wird, wie bereits erwähnt, eine Überprüfbarkeit des Schätzergebnisses möglich. Es müssen das Trägheitsmoment und das Lastmoment, das als ein überlagerter Gleichanteil zu betrachten ist, identifiziert werden, da sich beide Größen während des Betriebs verändern und nicht meßbar sind. Mit Hilfe des Trägheitsmoments kann dann die Regleranpassung durchgeführt werden. Man erhält somit folgendes vereinfachtes Strukturbild:

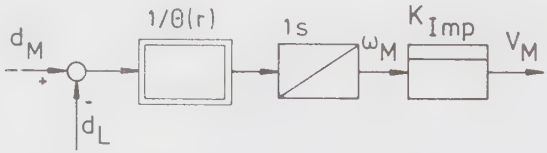


Bild 4.2 Vereinfachtes Strukturbild der Rotationsachse zur Identifikation des Trägheits- und Lastmoments

Die zugehörige Differentialgleichung lautet:

$$\dot{\omega}_M(t) = \frac{1}{\theta(r)} \left(d_M(t) - d_L(t)\right) \tag{4.21}$$

Wird nun angenommen, daß während eines Abtastintervalls das Drehmoment konstant ist, so kann der Übergang von der Differentialgleichung auf die Differenzengleichung erfolgen. Dazu schreibt man für Gleichung (4.21) die Laplacetransformierte und wendet dann die sprunginvariante Z-Transformation nach Kapitel 2 darauf an.

$$s\,\omega_M(s) = \frac{1}{\theta(r)} \left(d_M(s) - d_L(s)\right) \tag{4.22}$$

$$\omega_M(z) = \frac{T_{ab}}{\theta(r)} \left(d_M(z) - d_L(z)\right) \frac{1}{z-1} \tag{4.23}$$

Jetzt erfolgt der Übergang auf die Rekursionsformel und auf die Form der Gleichung (4.2).

$$v_M(k) = \omega_M(k) \cdot K_{Imp} \tag{4.24}$$

$$\Delta v_M(k) = v_M(k) - v_M(k-1) = \left(d_M(k-1) - d_L(k-1)\right) \frac{T_{ab} \cdot K_{Imp}}{\theta(r)}$$

$$\Delta v_M(k) = \left(d_M(k-1),\ 1\right) \begin{pmatrix} \frac{T_{ab} \cdot K_{Imp}}{\theta(r)} \\ \frac{T_{ab}\, d_L \cdot K_{Imp}}{\theta(r)} \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

Aus Gleichung (4.21) ist ersichtlich, daß als Eingangssignal für den Identifikationsalgorithmus das Motordrehmoment und die Beschleunigung verwendet wird. Durch die Diskretisierung kann auf die Beschleunigungsmessung verzichtet werden. Es werden in Gleichung (4.24) nur noch die Drehzahlistwerte

benötigt. Wegen der in Gleichung (4.24) vorhandenen impliziten zweifachen Differentiation des Lageistwertes werden quantisierte und somit gestörte diskrete Beschleunigungswerte erzeugt. Das Drehmoment kann auf verschiedene Weisen, gemessen oder aus Zwischengrößen berechnet, bestimmt werden. Zum Start des Verfahrens muß noch die Matrix $\underline{P}$ geeignet vorbesetzt werden. Von ihren Startwerten hängt in starkem Maße das Einschwingverhalten des Identifikationsalgorithmus ab. Aus der Rekursionsformel für die Matrix $\underline{P}(k+1)$ Gl. (4.16) geht hervor, daß für immer größer werdendes k die $\underline{P}$-Matrix eine Diagonalmatrix mit proportional zu $1/(k+1)$ abnehmenden Koeffizienten wird /19/. Im ungestörten Fall könnten bereits nach zwei Abtastschritten die zwei gesuchten Parameter ermittelt werden.

Die Identifikation soll mit zwei verschiedenen Modellen des Antriebes erfolgen.

4.2.3. Ergebnisse für das Spannungs-Geschwindigkeits-Modell

In Abschnitt 4.2.2. wurde die zur Identifikation benötigte Gleichung(4.25) hergeleitet. In sie geht das Motordrehmoment ein. Das Motordrehmoment direkt zu messen scheidet aus technischer Sicht aus. Deshalb wurde das Motordrehmoment in dieser Modellvorstellung über die angelegte Spannung und die gemessene Geschwindigkeit berechnet.
Das benötigte Motordrehmoment ergibt sich somit zu:

$$d_M = u\,(K_V\,K_D/R_A) - V_M(K_D{}^2/(R_A K_{Imp})) \qquad (4.26)$$

Dieses Modell hat den Vorteil, daß keine zusätzlichen Meßgeber für den Motorstrom erforderlich sind. Der Nachteil ist, daß die Motor- und Leistungsverstärkerparameter für alle Betriebsfälle bekannnt sein müssen, da aus den gemes-

senen Größen auf das vom Motor abgegebenen Drehmoment geschlossen werden soll.

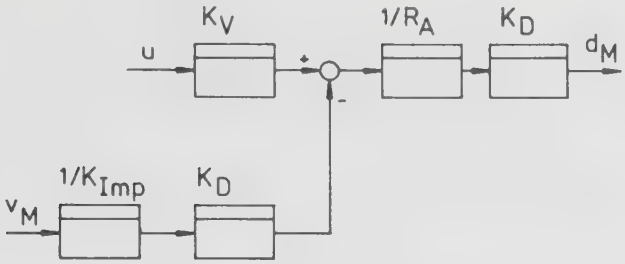


Bild 4.3 Spannungs-Geschwindigkeits-Modell des Rotationsantriebes

Der hier verwendete Scheibenläufermotor und Transistorverstärker besitzt aber nicht die notwendige Konstanz der Parameter über den gesamten Drehzahl- und Lastbereich. Des Weiteren wird die Motorgeschwindigkeit durch Differentiation aus den Lageistwerten gewonnen. Durch die begrenzte Auflösung besitzt das Signal ein starkes Quantisierungsrauschen, welches sich nachteilig auswirkt. Das Bild 4.4 zeigt die schlechte Identifikation des Trägheitsmoments und des Reibungsmomentes. Es wurden drei Identifikationsläufe für jeweils unverändertes Motorträgheitsmoment aber mit jeweils anderem Reibungsmoment aufgrund der unterschiedlichen Motorgeschwindigkeit durchgeführt. Die Identifikation liefert im Gegensatz dazu ein geschwindigkeitsabhängiges Trägheitsmoment und ein konstantes Reibungsmoment.

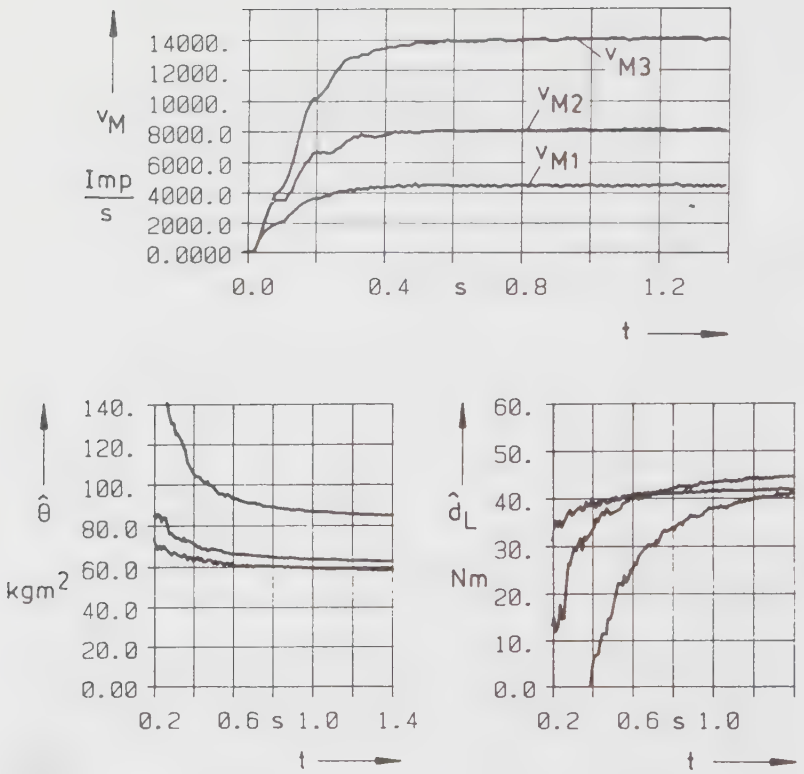


Bild 4.4 Verläufe der identifizierten Größen beim Spannungs-Geschwindigkeits-Modell für verschiedene Motorgeschwindigkeiten

Damit zeigt sich, daß das Identifikationsverfahren stark von der Genauigkeit der Parameter, die der Modellbildung zugrunde liegen, abhängig ist. Eine Verbesserung konnte mit einem anderen Modell gewonnen werden.

4.2.4. Ergebnisse für das Strom-Geschwindigkeits-Modell

Wird für die Identifizierung dieses Modell verwendet, so wird über den gemessenen Strom das Drehmoment berechnet. Dazu ist allerdings ein zusätzlicher Strommeßgeber und ein Analog-Digital-Konverter notwendig. Dieser Aufwand ist aber im allgemeinen vernachlässigbar, da die meisten Antriebe sowieso mit einer unterlagerten Stromregelung ausgeführt sind und somit eine Strommeßstelle zur Verfügung steht.

4.2.4.1. Identifikation des Trägheits- und des Reibungsmoments

Wird auf den analogen Leistungsverstärker ein Spannungssprung aufgeschaltet, so stellt sich dann nach einer gewissen Zeit eine konstante Motorgeschwindigkeit ein. Je nach Größe des vorgegebenen Spannungssprungs wird der Motorstrom durch den analogen Leistungsverstärker begrenzt oder auch nicht. Da zur Identifikation aber direkt der Strommeßwert verwendet wird, hat das Ansprechen der Strombegrenzung hier keinen Einfluß auf die Güte der Identifikation. Bild 4.5 zeigt, daß bei konstantem Trägheitsmoment der Strecke das identifizierte Trägheitsmoment unabhängig von der Geschwindigkeit ist, aber mit steigender Geschwindigkeit ein größer werdendes Reibungsmoment ermittelt wird. Dies stimmt mit dem in Kapitel 2 ermittelten Verhalten der Strecke überein. Wird nun der Versuch mit einem erhöhten Trägheitsmoment durchgeführt, das zum Beispiel durch das Aufnehmen einer Last entstanden sein kann, so zeigt Bild 4.6, daß auch dies numerisch richtig identifiziert wird, ebenso wie das Reibungsmoment, welches sich durch die Aufnahme der Last nicht ändert. Die Einschwingphase des Identifikationsalgorithmus im Zeitintervall ($0 < t < 0.2$ s) wird in den Bildern nicht dargestellt, da hier eine große Schwingungsamplitude der identifizierten Größen vorhanden ist.

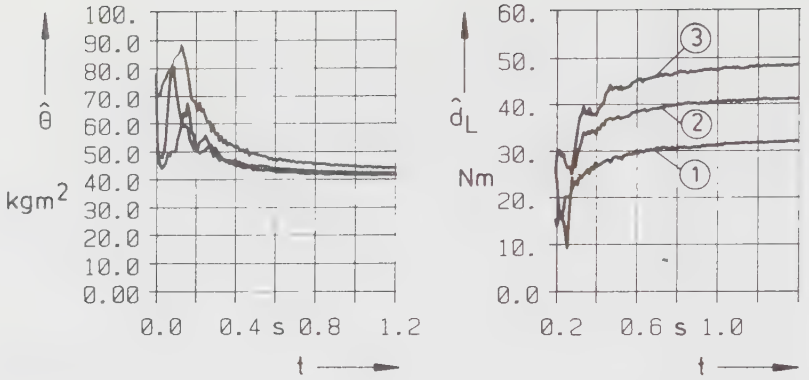


Bild 4.5 Identifikation des Trägheitsmoments und des Reibungsmoments für verschiedene Motorgeschwindigkeiten

1 : Reibungsmoment für Motorgeschwindigkeit v_{M1}

2 : Reibungsmoment für Motorgeschwindigkeit v_{M2}

3 : Reibungsmoment für Motorgeschwindigkeit v_{M3}

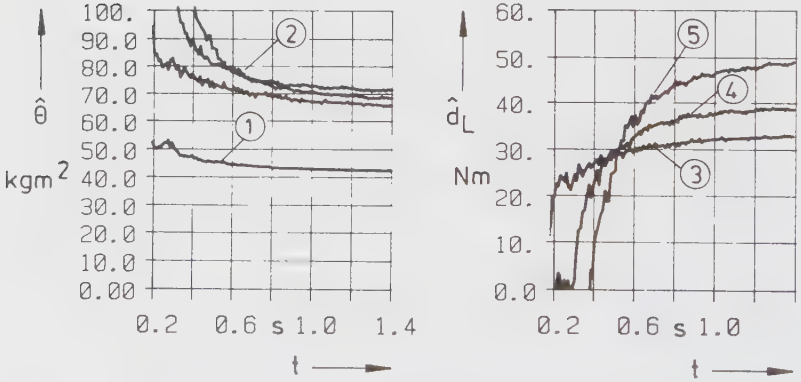


Bild 4.6 Identifikation des erhöhten Trägheits- und Reibungsmoments für verschiedene Motorgeschwindigkeiten

1 : Trägheitsmoment ohne Last

2 : Trägheitsmoment mit Last (m_L=15 kg $\hat{=}$ Θ_L=23.5 kgm^2)

3 : Reibungsmoment für Motorgeschwindigkeit v_{M1}

4 : Reibungsmoment für Motorgeschwindigkeit v_{M2}

5 : Reibungsmoment für Motorgeschwindigkeit v_{M3}

4.2.4.2. Einfluß der Startwerte der P-Matrix

Die Startwerte der P-Matrix, die zu Beginn eines jeden Identifikationslaufes vorgegeben werden müssen, haben einen großen Einfluß auf das Einschwing- und Stabilitätsverhalten des Algorithmus. Durch geeignet gewählte Startwerte für die Matrix P kann ein schnelles Einschwingen erreicht werden. Andererseits tritt unter Umständen für fortlaufende Identifikationsdauer ein Wegdriften der identifizierten Werte auf. Dann ist die P-Matrix neu zu besetzen. Als Kriterium für das Neubesetzen bietet sich der Betrag der einzelnen Elemente der P-Matrix an. Bild 4.7 veranschaulicht das Einschwingverhalten für zwei unterschiedlich vorbesetzte P-Matrizen.

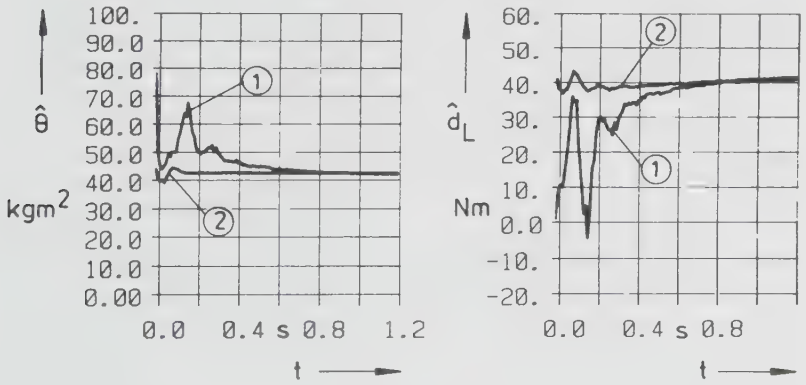


Bild 4.7 Einschwingverhalten des Identifikationsalgorithmus
1 : Einschwingverhalten für beliebige Matrix P
2 : Einschwingverhalten für verbesserte Matrix P

Es ist deutlich erkennbar, daß bei geschickt gewählter Startmatrix ein schnelles Einschwingen erreicht wird. Allerdings gibt es keine allgemein gültige Vorgehensweise zur Bestimmung der Startwerte. Die Kurven 1 entsprechen denen von Bild 4.5 für die Motorgeschwindigkeit v_{M2}. Die Kurven 2

zeigen die wesentliche Verbesserung des Einschwingverhaltens des Identifikationsalgorithmus.

4.2.4.3. Streubereich des identifizierten Trägheitsmoments

Aus verschiedenen Roboterstellungen heraus wurden mit konstantem Trägheitsmoment Identifikationsläufe durchgeführt, um den Einfluß von numerischen Rundungserscheinungen und den ortsabhängigen Reibungsmomenten zu untersuchen. Bild 4.8 veranschaulicht, daß dieser Einfluß unterhalb vier Prozent liegt und somit vernachlässigt werden kann.

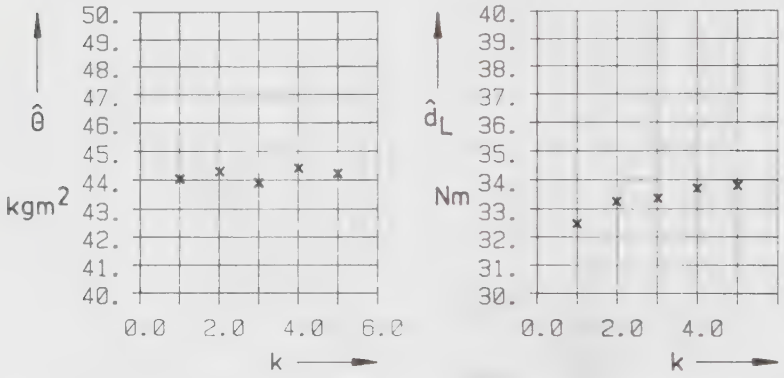


Bild 4.8 Streubereich des identifizierten Trägheitsmoments und Lastmoments

4.2.4.4. Einfluß eines zeitveränderlichen Trägheitsmoments

Wird das Verfahren im On-line Betrieb (z.B. zur Adaption der Regelung) verwendet, so hängt die Brauchbarkeit von der Dynamik ab, mit der es einem sich verändernden Trägheitsmoment zu folgen vermag. Wird eine maximale Verfahrgeschwindigkeit des Horizontalantriebs für die maximale Trägheitsmo-

mentenänderung zugrunde gelegt, so ergibt sich aus Bild 2.3 eine maximale Änderung des Trägheitsmoments von 0,68kgm^2 pro Abtastschritt. Wird nun für die Identifikation ein 10 prozentiges Toleranzband für das Trägheitsmoment zugelassen, so läßt sich die minimale Zeit für das Einschwingen zu ca. 17 Abtastschritten (170ms) ermitteln. Aus den Versuchen ergab sich aber, daß wegen der gestörten Signale eine solch kurze Einschwingzeit des Identifikationsalgorithmus nicht zuverlässig realisiert werden kann. Deshalb ist dieses Verfahren zur Adaption von Reglern bei schnellen Robotern in dieser Form nicht geeignet. Als Lösung bietet sich an, den Roboter in festen Stellungen zu identifizieren und die zugehörigen Werte in einer Tabelle abzulegen. Die Masse der aufgenommenen Last ist bei Robotern beim Programmieren der Bewegungsbahn einfach als zusätzlicher Parameter mit zu erfassen. Sie kann dann beim Berechnen des Trägheitsmoments mit berücksichtigt werden. Für das Gesamtträgheitsmoment ergibt sich somit

$$\Theta(r) = \Theta_{Tabelle}(r) + m_L \, r^2 \qquad (4.27)$$

Diese Berechnung wird in jedem Abtastschritt (T_{ab} = 10ms) durchgeführt und liefert das aktuelle Trägheitsmoment der Rotationsachse des Roboters.

5. Einsatz verschiedener diskreter Beobachter

Für die Regelung komplexerer Systeme, bei denen nicht alle zur Regelung benötigten Größen auch meßbar sind, kann mit Hilfe von Beobachtern ein dem tatsächlichen Signal nachgebildetes gewonnen werden. Dies ist nur dann möglich, wenn die Regelstrecke beobachtbar ist. Die Beobachtbarkeit kann für lineare zeitinvariante Systeme mit Hilfe der Beobachtbarkeitsmatrix überprüft werden. Für den Entwurf von Beobachtern gibt es verschiedene Möglichkeiten. Allen ist gemeinsam, daß sie von einem Modell der Strecke ausgehen. Je genauer dieses Modell vorher bekannt ist, desto besser werden die rekonstruierten Signale. Grundsätzlich werden zwei Beobachtertypen unterschieden, der vollständige und der reduzierte Beobachter.

5.1. Beobachterentwurf

5.1.1. Vollständiger Beobachter

Ein vollständiger Beobachter beinhaltet ein vollständiges Modell der Strecke, welches dann über die Abweichung zwischen Meßwert und Schätzwert rückgekoppelt wird. Für die digitale Realisierung bedeutet die vollständige Nachbildung einen erhöhten Rechenaufwand. Die Beobachtertheorie besagt, daß ein Beobachter das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises solange nicht beeinflußt, wie das dem Beobachterentwurf zugrunde liegende Modell exakt mit der Strecke übereinstimmt. Bei dem hier verwendeten Roboter ist wegen seiner Komplexität von vornherein eine genaue Modellbeschreibung ausgeschlossen, sodaß der Beobachter einen Einfluß auf das Führungsverhalten ausüben wird. Besitzt die Strecke Nichtlinearitäten, wie z.B. Begrenzungen, so sind

diese auch im Beobachter mit nachzubilden. Die Herleitung des vollständigen Beobachters erfolgt ausgehend von der oben angesprochenen Modellidee.

zeitdiskrete Systembeschreibung:

$$\underline{z}(k+1) = \underline{A}\underline{z}(k) + \underline{B}u(k) \qquad (5.1)$$
$$y(k) = \underline{C}\underline{z}(k)$$

zeitdiskretes Modell:

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{A}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{B}u(k) \qquad (5.2)$$
$$\hat{y}(k) = \underline{C}\hat{\underline{z}}(k)$$

Es wird nun der Fehler zwischen modelliertem und gemessenem Ausgangssignal gebildet, zusätzlich gewichtet und zur Korrektur der modellierten Zustandsgrößen verwendet.

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \qquad (5.3)$$

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{A}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{B}u(k) + \underline{H}(y(k) - \hat{y}(k)) \qquad (5.4)$$

Aus Gleichung (5.4) folgt die Differenzengleichung des vollständigen Beobachters:

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = (\underline{A} - \underline{H}\underline{C})\hat{\underline{z}}(k) + \underline{B}u(k) + \underline{H}y(k) \qquad (5.5)$$

Mit Gleichung (5.5) ist die Beschreibung des vollständigen Beobachters gegeben. Es läßt sich nun zeigen, daß wenn die Matrix $(\underline{A} - \underline{H}\underline{C})$ nur Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises besitzt, der Fehler zwischen Schätzwert und Meßwert gegen Null konvergiert; d.h. die beobachteten Zustandsgrößen nähern sich denen der Regelstrecke an.

$$\underline{e}(k+1) = \underline{z}(k+1) - \hat{\underline{z}}(k+1) \qquad (5.6)$$

$$\underline{e}(k+1) = \underline{A}(\underline{z}(k) - \hat{\underline{z}}(k)) - \underline{HC}(\underline{z}(k) - \hat{\underline{z}}(k)) \qquad (5.7)$$

$$\underline{e}(k+1) = (\underline{A} - \underline{HC})\underline{e}(k) \qquad (5.8)$$

Die Dynamik des vollständigen Beobachters wird über die Matrix $\underline{H}$ festgelegt. Aus der Gleichung (5.8) ergeben sich die Eigenwerte des vollständigen Beobachters.

$$\det(z\underline{I} - \underline{A} + \underline{HC}) = Q(z) \qquad (5.9)$$

oder

$$\det(z\underline{I} - \underline{A}' + \underline{C}'\underline{H}') = Q(z) \qquad (5.10)$$

$Q(z)$: Polynom in z

Üblicherweise werden die Eigenwerte des Beobachters vorgegeben und die Rückführmatrix $\underline{H}$ bestimmt. Da hier von einem Eingrößensystem (es steht nur eine Meßgröße zur Verfügung) ausgegangen werden kann, bietet sich nach /1/ folgender Lösungsweg an. Man berechnet zuerst die Matrix $\underline{M}$,

$$\underline{M} = (\underline{C}', \underline{A}'\underline{C}', \ldots, \underline{A}'^{n-1}\underline{C}') \qquad (5.11)$$

n : Systemordnung

bilde deren Inverse $\underline{M}^{-1}$ und nehme die letzte Zeile von $\underline{M}^{-1}$ und nenne diese Zeilenmatrix $\underline{m}$. Mit dieser und der transponierten Systemmatrix wird die neue Matrix $\underline{N}$ gebildet.

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} \underline{m} \\ \underline{m}\underline{A}' \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{m}\underline{A}'^{n} \end{bmatrix} \qquad (5.12)$$

Dimension: $\underline{N}$: (n+1, n)

Schreibt man jetzt für:

$$Q(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots\ldots + a_0 = \begin{bmatrix} 1, a_{n-1}, \ldots, a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^n \\ \cdot \\ \cdot \\ z^0 \end{bmatrix}$$

$$Q(z) = \underline{a}\underline{z} \qquad \text{Dimension: } \underline{a} : (\ 1,\ n+1\ ) \quad (5.13)$$
$$\underline{z} : (n+1,\ 1\ )$$

so bestimmt sich die Rückführkoeffizientenmatrix zu

$$\underline{H}' = \underline{a}\ \underline{N} \qquad \text{Dimension: } \underline{H} : (\ n,\ 1\ ) \quad (5.14)$$

Diese Rechenvorschrift zur Bestimmung des Rückführvektors $\underline{H}$ läßt sich leicht auf einem Digitalrechner implementieren.

5.1.2. Reduzierter Beobachter

Stehen mehrere unabhängige Meßgrößen zur Verfügung, so ist es sinnvoll, nur noch diejenigen über einen Beobachter nachzubilden, die nicht meßbar sind. Die Herleitung des reduzierten Beobachters ist von der Idee ähnlich der des vollständigen Beobachters. Es wird ein reduziertes Streckenmodell eingeführt, welches dann ebenfalls über die Abweichung zwischen gemessenen und beobachteten Werten rückgekoppelt wird. Zur einfacheren Herleitung wird von einer Sensordarstellung der Strecke ausgegangen, d.h. einige Zustandsgrößen sind auch Meßgrößen.

Systembeschreibung in Sensordarstellung:

$$\begin{bmatrix} \underline{z}(k+1) \\ \\ \underline{y}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} & \underline{Q} \\ \\ \underline{R} & \underline{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}(k) \\ \\ \underline{y}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D} \\ \\ \underline{E} \end{bmatrix} u(k) \qquad (5.15)$$

$\underline{z}$: nicht meßbare Zustandsgrößen
$\underline{y}$: meßbare Zustandsgrößen
u : Eingangssignal

Reduzierte Modellbeschreibung:

$$\begin{bmatrix} \hat{\underline{z}}(k+1) \\ \hat{\underline{y}}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} & \underline{Q} \\ \underline{R} & \underline{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\underline{z}}(k) \\ \underline{y}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D} \\ \underline{E} \end{bmatrix} u(k) \qquad (5.16)$$

$\hat{\underline{z}}, \hat{\underline{y}}$: beobachtete Zustandsgrößen
$\underline{y}$: meßbare Zustandsgrößen
u : Eingangssignal

Analog zu dem vollständigen Beobachter wird ein Vergleich zwischen den beobachteten und den gemessenen Größen durchgeführt und zur Korrektur verwendet. Allerdings werden hierzu nicht die Werte zum Zeitpunkt k sondern zum Zeitpunkt k+1 benötigt, siehe Bild 5.1.

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{P}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{Q}\underline{y}(k) + \underline{D}u(k) + \underline{H}(\underline{y}(k+1) - \hat{\underline{y}}(k+1)) \qquad (5.17)$$

Nach einigen Umrechnungen erhält man die gebräuchliche Beobachtergleichung:

$$\begin{aligned} \hat{\underline{z}}(k+1) &= (\underline{P} - \underline{HR})\hat{\underline{z}}(k) + (\underline{Q} - \underline{HS})\underline{y}(k) + (\underline{D} - \underline{HE})u(k) + \\ &\quad + \underline{H}\underline{y}(k+1) \qquad (5.18) \\ \hat{\underline{z}}(k+1) &= \underline{L}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{QHS}\underline{y}(k) + \underline{N}u(k) + \underline{H}\underline{y}(k+1) \end{aligned}$$

Es läßt sich auch hier zeigen, daß der Beobachtungsfehler bei geeigneter Wahl von $\underline{H}$ abklingt (s. auch Kap. 5.1.1.).

$$\begin{aligned} \underline{e}(k) &= \underline{z}(k) - \hat{\underline{z}}(k) \\ \underline{e}(k+1) &= \underline{z}(k+1) - \hat{\underline{z}}(k+1) \\ \underline{e}(k+1) &= (\underline{P} - \underline{HR})\underline{e}(k) \qquad (5.19) \end{aligned}$$

Das Einschwingverhalten des reduzierten Beobachters nach Gleichung (5.18) kann durch die Eigenwerte der Gleichung (5.20) vorgegeben werden.

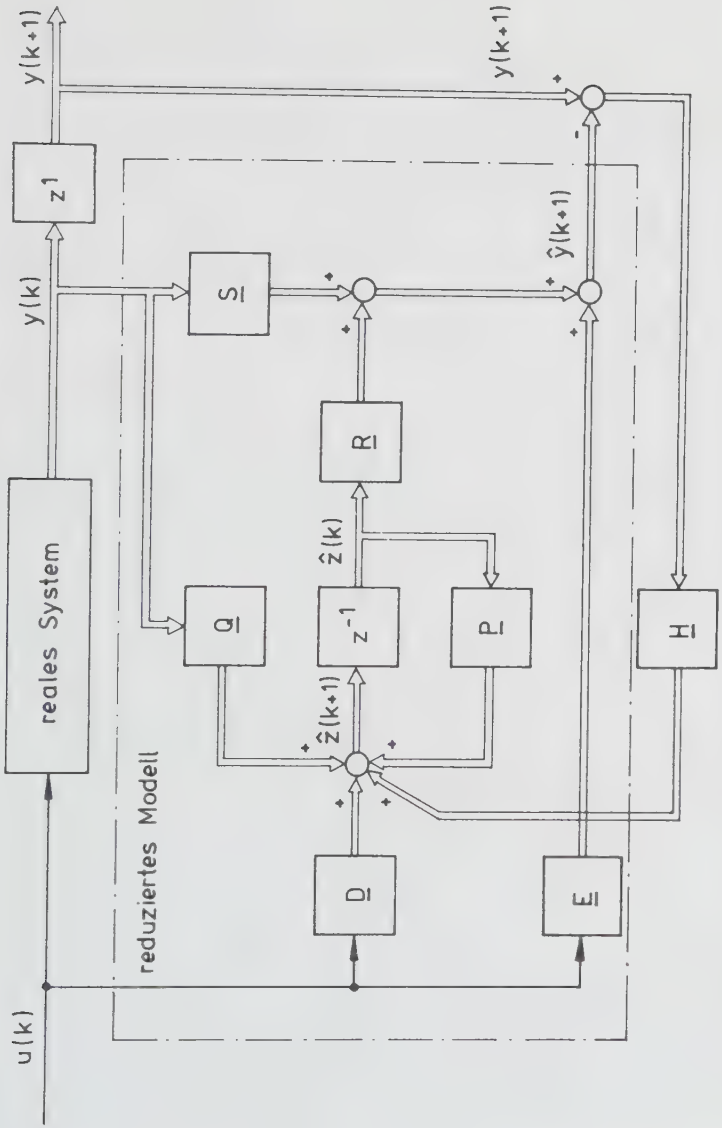


Bild 5.1 Strukturbild des diskreten reduzierten Beobachters

$$\det(z\underline{I} - \underline{P} + \underline{HR}) = Q(z) \qquad (5.20)$$

$Q(z)$: Polynom in z

Ist die Ordnung des reduzierten Beobachters um den Grad eins niedriger als die des Systems und wird ein Eingrößensystem vorausgestzt, so läßt sich für die Polvorgabe eine geschlossene Lösung wie in Kap. 5.1.1. angeben.

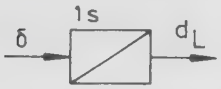
Wird eine weitergehende Reduzierung durchgeführt, so entstehen Freiheitsgrade. Es besteht dann das Problem, die Freiheitsgrade sinnvoll zu nutzen. Darauf soll dann in Kapitel 5.2. noch näher eingegangen werden.

5.1.3. Störgrößenbeobachter

Wirken auf eine Regelstrecke Störungen und werden diese beim Beobachterentwurf nicht berücksichtigt, so führt dies zu einem nicht abklingenden Beobachtungsfehler, der die beobachteten Größen so verfälscht, daß sie für eine Regelung nicht brauchbar sind. Ist eine a priori Kenntnis von den Störungen vorhanden, so kann mit Hilfe eines Störgrößenbeobachters die Störung ermittelt und dann mitberücksichtigt werden. Es können deterministische Störungen sein, z.B. sprungförmige Laständerungen oder Reibmomentänderungen. Da diese Störungen nicht abgetastet werden, wirken sie kontinuierlich auf die Regelgröße ein. Es wird nun angenommen, daß die Störgröße aus einem Störgrößenmodell gewonnen werden kann, auf dessen Eingang einzelne voneinander unabhängige Impulse mit dem Erwartungswert Null wirken. Legt man einen sprungförmigen Störgrößenverlauf zugrunde, so entsteht als Störgrößenmodell ein einfacher Integrierer. Das für den Beobachterentwurf zugrunde liegende System wird jetzt um das Störgrößenmodell erweitert, es ergibt sich somit eine neue, in der Ordnung entsprechend erhöhte Systembeschreibung. Für dieses neue Systemmodell kann nun wieder der Beobachterent-

wurf analog Kap. 5.1.1. und 5.1.2. durchgeführt werden. Es wird nun das analoge Störgrößenmodell für das Lastmoment aufgestellt, anschließend diskretisiert und dann damit die Systembeschreibung (Gleichung 2.25) erweitert.

analoges Störmodell



$$\hat{d}_L = 0\ \hat{d}_L + \delta(t) \qquad (5.21)$$

Diskretisiertes Störmodell

Da über die Impulse nichts weiter als ihr Erwartungswert Null bekannt ist, wird ein bekannter Zustand von d_L angenommen, der durch den Beobachter geschätzt wird.

$$\hat{d}_L(k+1) = \hat{d}_L(k) \qquad (5.22)$$

Erweiterte Systembeschreibung:

Ausgehend von Gleichung (2.17 und 2.25)

$$\underline{z}(k+1) = \underline{A}\underline{z}(k) + \underline{B}u(k) + \underline{B}_s d_L(K)$$

und der Störmodellgleichung (5.22)

$$\hat{d}_L(k+1) = \hat{d}_L(k)$$

ergibt sich die erweiterte Systembeschreibung:

$$\begin{bmatrix} \underline{z}(k+1) \\ \hat{d}_L(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B}_S \\ \underline{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}(k) \\ \hat{d}_L(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \qquad (5.23)$$

Diese Darstellung muß dann noch in die Sensordarstellung nach Gleichung (5.15) umgeformt werden und man erhält so die Systemdarstellung für alle Beobachter- und späteren Reglerentwürfe.

1. Schritt : erweiterte Systemdarstellung in Sensorkoordinaten

$$\begin{bmatrix} \underline{z}\ (k+1) \\ \hat{d}_L(k+1) \\ \underline{y}\ (k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} & \underline{D}_S & \underline{Q} \\ \underline{0} & 1 & \underline{0} \\ \underline{R} & \underline{E}_S & \underline{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}\ (k) \\ \hat{d}_L(k) \\ \underline{y}\ (k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D} \\ 0 \\ \underline{E} \end{bmatrix} u(k)$$

2. Schritt : vereinfachende Schreibweise

$$\begin{bmatrix} \underline{z}(k+1) \\ \underline{y}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} & \underline{Q} \\ \underline{R} & \underline{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}(k) \\ \underline{y}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D} \\ \underline{E} \end{bmatrix} u(k) \qquad (5.24)$$

Auf Gleichung (5.24) lassen sich wieder die Beobachtergleichungen (5.4) oder (5.18) anwenden.

5.1.4. Einfluß der Zustandsgrößenwahl

Die heutigen Roboter sind von ihrer mechanischen Konstruktion so ausgelegt, daß sie eine mechanische Genauigkeit von ca. 0,5 mm erreichen, die Wiederholgenauigkeit aber bei ca. 0,1-0,2 mm liegt. Für die Regelung werden indirekte Lagemeßsysteme bevorzugt, die im allgemeinen eine Auflösung besitzen, die um den Faktor 10 höher als die mechanische

Wiederholgenauigkeit ist. Für einen gängigen Verfahrbereich von ca. 6m ergeben sich somit theoretisch $6 \cdot 10^5$ verschiedene Positionen. Bei den heute zur Regelung eingesetzten 16 Bit-Prozessoren führen bereits kleine numerische Rundungsungenauigkeiten bei diesem zu bearbeitenden Zahlenbereich zu erheblichen Fehlern. Es bedarf also einer geeigneten Wahl von Zustandsgrößen, die ihrerseits auf eine günstige Beobachterdarstellung führt und somit die numerischen Probleme reduziert. Es soll der Vorteil der Transformation von Gleichung (2.20), die von physikalisch anschaulichen auf rechentechnisch einfach zu handhabende Zustandsgrößen führt, näher am vollständigen Beobachter erläutert werden. Ausgangspunkt ist Beobachtergleichung (5.4).

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{A}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{B}u(k) + \underline{H}(y(k) - \hat{y}(k)) \qquad (5.4)$$

Wird jetzt die Sensordarstellung nach Gleichung (5.15) zugrunde gelegt und ein Eingrößensystem vorausgesetzt, so ergibt sich:

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{A}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{B}u(k) + \underline{H}(z_m(k) - \hat{z}_m(k))$$

m : Systemgrad

wobei $z_m(k)$ Meßgröße und gleichzeitig Zustandsgröße und $\hat{y}(k) = \hat{z}_m(k)$ die beobachtete Zustands- und Ausgangsgröße ist. Wird jetzt ein stationärer Betriebspunkt ohne Lastmoment betrachtet und die Zustandsgrößendefinition nach Gleichung (2.17) verwendet, so müssen die Bedingungen

$$z_1(k+1) = z_1(k) = v_L(k) = 0$$
$$z_2(k+1) = z_2(k) = s_L(k)$$
$$z_3(k+1) = z_3(k) = v_M(k) = 0$$
$$z_4(k+1) = z_4(k) = s_M(k)$$
$$z_2(k+1) = z_4(k)$$
$$u(k) = 0$$

erfüllt sein. Daraus ergeben sich für den stationären Punkt

die Beobachtergleichungen für $\hat{z}_2$ und $\hat{z}_4$.

$$\hat{z}_2(k+1) = a_{22}\hat{z}_2(k) + a_{24}\hat{z}_4(k) + h_2(z_4(k) - \hat{z}_4(k))$$
$$\hat{z}_4(k+1) = a_{42}\hat{z}_2(k) + a_{44}\hat{z}_4(k) + h_4(z_4(k) - \hat{z}_4(k))$$

Diese Gleichungen können nur erfüllt werden, wenn die Bedingungen (5.25) auf dem Rechner realisiert werden können.

$$a_{22} + a_{24} = 1 \quad \text{und} \quad a_{42} + a_{44} = 1 \tag{5.25}$$

Die Bedingungen nach Gleichung (5.25) liefern einerseits eine Möglichkeit zur Überprüfung der Berechnung der Transitionsmatrix und anderseits sind sie numerisch nur schwer sicherzustellen. Bei kleinen numerischen Ungenauigkeiten der Parameter wird aber wegen des großen Zahlenwerts von $\hat{z}_2$ oder $\hat{z}_4$ gleich ein entsprechend großer Fehler hervorgerufen. Ähnliche Bedingungen lassen sich auch für den reduzierten Beobachter finden.

Werden aber die Zustandsgrößen nach Gleichung (2.19) verwendet, so ergeben sich diese Schwierigkeiten nicht, da im stationären Punkt alle Zustandsgrößen mit Ausnahme der meßbaren Motorlage Null werden. Dies führt beim vollständigen Beobachter auf folgende Gleichung für den stationären Punkt.

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \hat{\underline{z}}(k)$$
$$\hat{z}_1(k) = \hat{z}_2(k) = \hat{z}_3(k) = 0$$
$$\hat{z}_4(k+1) = a_{44}\hat{z}_4(k) + h_4(z_4(k) - \hat{z}_4(k)) \tag{5.26}$$

Arbeitet der Beobachter fehlerfrei, was hier vorausgesetzt sein soll, so wird der Klammerausdruck zu Null und der Koeffizient a_{44} muß Eins sein. Hiermit ergibt sich nochmals eine Probe für die Genauigkeit der Berechnung der Transitionsmatrix. Führt man eine ähnliche Betrachtung für

den reduzierten Beobachter durch so erkennt man, daß die Matrix $\underline{S}$ in Gleichung (5.18) die Einheitsmatrix und $\underline{Q}$ die Nullmatrix sein muß.

5.2. Realisierung verschiedener diskreter Beobachter

Die digitale Realisierung der verschiedenen diskreten Beobachteralgorithmen erfolgt auf einem 16 Bit-Prozessor vom Typ Intel 8086. Es zeigte sich schnell, daß die für die Beobachterberechnung notwendige Zahlengenauigkeit nur mit einer 32 Bit Floating Point Arithmetik zu erreichen war. Trotzdem konnte durch eine geschickte Wahl des Algorithmus noch eine zusätzliche Erhöhung der Genauigkeit erreicht werden. Die Algorithmen sind so ausgelegt, daß auch eventuell auftretende Begrenzungen des realen Systems mit berücksichtigt werden. Dies ist notwendig, damit die Beobachter möglichst gut das reale System nachbilden. Damit alle Beobachter miteinander verglichen werden konnten, wurden alle zwei charakteristischen Tests unterzogen.

Test 1:

demonstriert das Zeitverhalten des Beobachters im Bezug auf das Störmoment. Dazu wurde auf den Beobachter ein Spannungssprung geschaltet und die Strecke aber unerregt gelassen. Dies führt dazu, daß der Beobachter ein der Spannung äquivalentes Störmoment beobachten muß, während die Strecke ihre Ruhelage nicht verläßt.

Test 2:

demonstriert die stationäre Genauigkeit des Beobachters. Dazu wurde ein Spannungssprung auf den Beobachter sowie auf die Strecke geschaltet. Da auf die Strecke bereits beim Anlauf das Reibmoment wirkte, dies beim Beobachterstart aber

zu Null gesetzt wurde, mußte der Beobachter einschwingen und nicht nur wie ein Modell der Strecke folgen. Im stationären Punkt konnte dann zusätzlich die tatsächliche Motorgeschwindigkeit mit der beobachteten verglichen werden und somit waren Rückschlüsse auf die Genauigkeit des Beobachters möglich.

5.2.1 Vollständiger Störgrößenbeobachter

Auf dem Rechner wurde nicht die übliche Beobachtergleichung (5.5) implementiert, sondern die Gleichung (5.4), die wegen der Differenzbildung eine höhere Genauigkeit erzielt. Dies kann damit begründet werden, daß bei der Arithmetik Rundungserscheinungen einen wesentlichen Einfluß haben. Der vollständige Strörgrößenbeobachter liefert stationär fehlerfreie Werte, da mögliche Störmomente mit berücksichtigt werden. Die Dynamikvorgabe erfolgt über die Polvorgabe. Die Pole mußten einen etwa doppelt so großen negativen Realteil wie die Streckenpole besitzen. Es werden reelle Mehrfach-Pole gewählt, da ein möglichst ruhiger Verlauf der beobachteten Größen angestrebt wird. Die Berechnung der zugehörigen Rückführmatrix $\underline{H}$ kann nach Gleichung (5.14) erfolgen, da bei dem hier vorliegenden System nur eine Zustandsgröße auch Meßgröße ist. Der Berechnung wurde die Systemdarstellung nach den Gleichungen (2.19, 2.22, 5.24) zugrunde gelegt. Die Bilder 5.2 und 5.3 zeigen die Beobachterreaktionen auf den Test 1 und den Test 2. Auf eine spätere Verwendung dieses Beobachtertyps für eine Regelung mußte wegen des hohen Aufwandes für eine Adaption der einzelnen Parameter verzichtet werden.

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = (\underline{A} - \underline{HC})\hat{\underline{z}}(k) + \underline{B}u(k) + \underline{H}y(k) \qquad (5.27)$$

Die Beobachtergleichung(5.27) besitzt 29 Koeffizienten, die dem sich laufend ändernden Trägheitsmoment angepaßt werden

müssen. Dies ist innerhalb der Abtastzeit mit den jetzigen Rechnern nicht möglich. Es wurde daher auf den Einsatz des vollständigen Beobachters zugunsten des reduzierten Beobachters verzichtet. Ein zweiter Nachteil ist, daß bei gleicher Polvorgabe eine längere Einschwingzeit, wegen der höheren Systemordnung, benötigt wird.

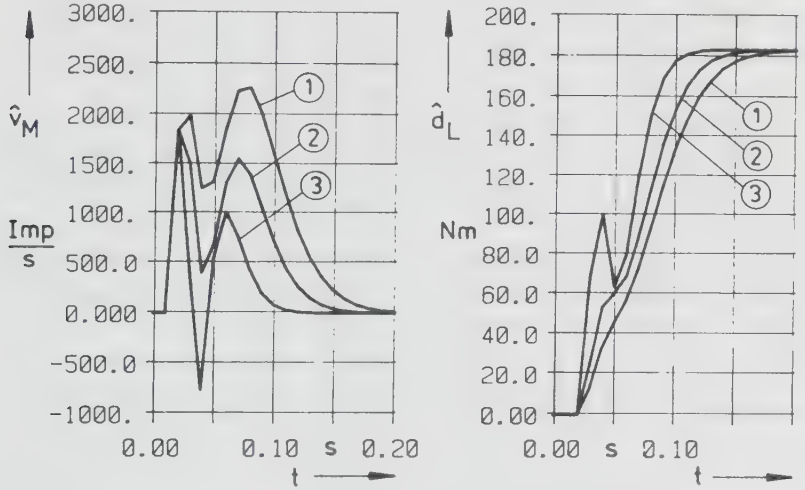


Bild 5.2 Verlauf von beobachteten Größen des vollständigen Beobachters für Test 1

1 : 5-fach Pol bei - 81.2 s^{-1}

2 : 5-fach Pol bei -100.0 s^{-1}

3 : 5-fach Pol bei -150.0 s^{-1}

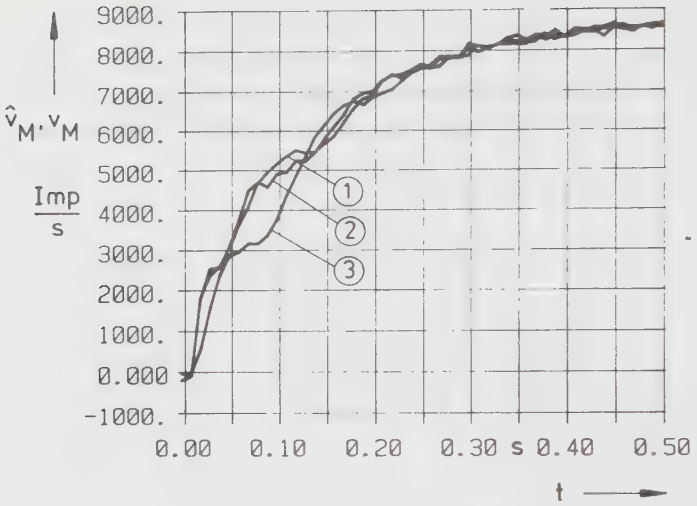


Bild 5.3 Verlauf von beobachteten und gemessenen Größen des vollständigen Beobachters für Test 2
1 : 5-fach Pol bei -81.2 s^{-1}
2 : 5-fach Pol bei -100.0 s^{-1}
3 : gemessene Motorgeschwindigkeit

5.2.2 Reduzierter Störgrößenbeobachter

Ausgehend von der Gleichung (5.18) für den reduzierten Beobachter ergab sich auch hier die Notwendigkeit, die absolute Lage durch die Differenz zweier aufeinander folgender Lageistwerte zu ersetzen (Gleichung 2.19), um so auf eine gute numerische Stabilität zu kommen. Dies bedeutet, daß in der Systemdarstellung nach Gleichung (5.24) $\underline{Q}$ die Nullmatrix und $\underline{S}$ die Einheitsmatrix sein muß. Dies konnte durch die Transformation nach Gleichung (2.19) erreicht werden. Da zusätzlich noch auf eine Geschwindigkeitsmessung verzichtet wurde, liegt hier ein Eingrößensystem vor. Somit konnte die vereinfachte Gleichung (5.28) für den reduzierten Beobachter auf den Rechner implementiert werden.

Vereinfachte reduzierte Beobachtergleichung:

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = (\underline{P} - \underline{HR})\hat{\underline{z}}(k) + (\underline{Q} - \underline{HS})y(k) + (\underline{D} - \underline{HE})u(k) + \underline{H}y(k+1)$$

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{L}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{QHS}y(k) + \underline{N}u(k) + \underline{H}y(k+1) \qquad (5.18)$$

Implementierte Beobachtergleichug aufgrund Gleichung (2.19):

$$\hat{\underline{z}}(k+1) = \underline{L}\hat{\underline{z}}(k) + \underline{H}(y(k+1) - y(k)) + \underline{N}u(k) \qquad (5.28)$$

Neben den üblichen Verfahren zur Beobachteroptimierung wie Polvorgabe, optimale Störgrößenausregelung oder geringe Parameterempfindlichkeit, sollten hier physikalische Plausibilitätsbetrachtungen zum Einsatz kommen. So soll der Beobachter auch zur betriebsmäßigen Überwachung des Roboters dienen. Daraus ergibt sich die Konsequenz, daß der Beobachter nicht zu große Einschwingbewegungen durchführen darf. Dies sei hier an einem Beispiel erläutert. So muß bei einem positiven Sollwertsprung für die Motorgeschwindigkeit auch der Greiferkopf eine positive Beschleunigung erfahren. Dies soll der Beobachter ebenfalls ermitteln. Daher wurde über die erste Zustandsgröße und deren Ableitung ein Kriterium gefunden, mit dem sich eine optimale Beobachterpollage ermitteln läßt. Zum Zeitpunkt (k+1) tritt die erste Veränderung am Ausgang auf, wenn sich bei k das erste Mal die Stellspannung u geändert hat. Damit läßt sich $\underline{H}$ bestimmen:

$$\hat{\underline{z}}(0) = \underline{0}$$
$$\hat{\underline{z}}(1) = \underline{H}y(1) + (\underline{D} - \underline{HE})u(0) \qquad (5.29)$$

oder allgemein:

$$\underline{H} = (\hat{\underline{z}}(k+1) - \underline{D}u(k))(y(k+1) - \underline{E}u(k))^{-1} \qquad (5.30)$$

An dieser Darstellung läßt sich die Grenze der Optimierung

erkennnen; für einen physikalisch sinnvollen Zustandsvektor zum Zeitpunkt (k+1) ergibt sich ein Rückführvektor $\underline{H}$, der aber noch von der Stellspannung und dem Streubereich der Systemantwort abhängt. Der Streubereich entsteht durch die ortsabhängige Reibung des Getriebes und die Kettenlose. Zur Bestimmung von $\underline{H}$ bietet sich eine iterative Lösung an. In Bild 5.4 ist für verschiedene Pollagen die beobachtete Greiferkopfgeschwindigkeit im ersten Abtastschritt für einen Spannungssprung von 1V dargestellt. Die dazugehörige Beziehung erhält man aus Gleichung (5.29) und Gleichung (2.19).

$$\hat{v}_L(1) = \hat{z}_1(1) + \hat{z}_3(1)$$
$$\hat{v}_L(1) = (h_1 + h_3)y(1) + (d_1 + d_3 - (h_1 + h_3)e)u(0) \quad (5.31)$$

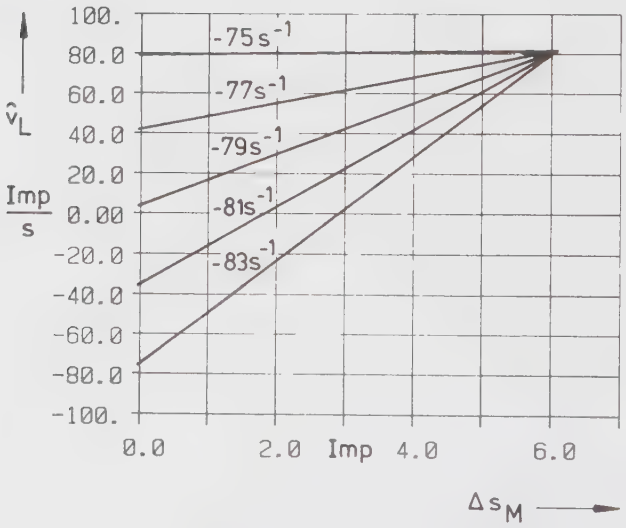


Bild 5.4 Ermittlung des optimalen Rückführvektors $\underline{H}$

In den Bildern 5.5 und 5.6 sind die von den Beobachtern rekonstruierten Größen auf den Test 1 und Test 2 aufgetragen. Der reduzierte Beobachter hat bei gleicher Pollage

wie der vollständige ein schnelleres Einschwingen und zeigt sonst das gleiche gute Verhalten. Ein weiterer Vorteil liegt im geringeren Aufwand für die Adaption der einzelnen Koeffizienten.

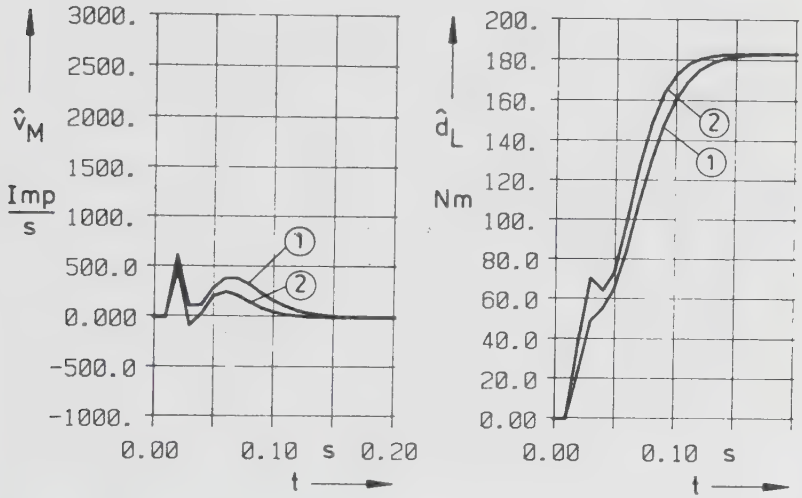


Bild 5.5 Verlauf beobachteter Größen des einfach reduzierten Beobachters für den Test 1
1 : 4-fach Pol bei -81.2 s^{-1}
2 : 4-fach Pol bei -100.0 s^{-1}

Damit der Beobachter bei dem sich laufend verändernden Trägheitsmoment keine systematischen Fehler beinhaltet, ist eine dauernde Adaption der Koeffizienten notwendig. Es zeigt sich, daß die Koeffizienten der drei Matrizen ($\underline{P}$ - $\underline{HR}$), $\underline{H}$, und ($\underline{D}$ - $\underline{HE}$) in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment nur drei grundsätzlich verschiedene Kurvenverläufe haben. In Kapitel 5.3 wird dann die Approximation für die Adaption näher dargestellt. Die Verläufe wurden durch Geraden, Polynome und Hyperbeln approximiert, da die Werte nur zu einzelnen Stütz-

stellen vorlagen. Der dabei gemachte Fehler lag unter einem Prozent. Die Approximation mußte in Bezug auf die Realisierung auf einen Mikrorechner möglichst einfach sein. Eine weitere Vereinfachung der Beobachteradaption würde sich nur durch eine weitere Ordnungsreduktion ergeben.

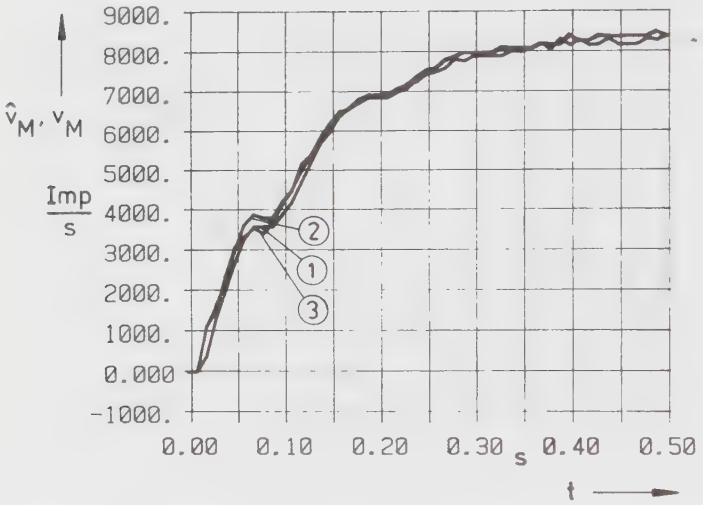


Bild 5.6 Verlauf beobachteter Größen des einfach reduzierten Beobachters für den Test 2
1 : 4-fach Pol bei -81.2 s^{-1}
2 : 4-fach Pol bei -100.0 s^{-1}
3 : gemessene Motorgeschwindigkeit

5.2.3. Mehrfach reduzierter Störgrößenbeobachter

Ist es möglich, durch die Erhöhung der Anzahl der Meßgrößen die Ordnung des Beobachters weiter zu senken, so ergibt sich die Schwierigkeit, die jetzt gewonnenen Freiheitsgrade bei der Bestimmung des H-Vektors sinnvoll zu nutzen. Ausgehend von der Beobachtergleichung (5.18) soll auch hier wieder die

Bedingung :

$$\underline{Q} - \underline{HS} = -\underline{H} \tag{5.32}$$

realisiert werden. Hierzu bieten sich mehrere Realisierungsmöglichkeiten an. Geht man vom Eingrößenfall aus, bei dem die Bedingung (5.32) erfüllt war, und ersetzt dort die geschätzte Größe der Geschwindigkeit durch die gemessene, so vereinfacht sich die Berechnung erheblich.

$$\hat{\underline{z}}_{red}(k+1) = \underline{L}_{red}\hat{\underline{z}}_{red}(k) + \underline{L}_{red,4}v(k) + \underline{H}_{red}(y(k+1) - y(k)) + \underline{N}_{red}u(k) \tag{5.33}$$

Die reduzierten Matrizen in Gleichung (5.33) erhält man, indem die vierte Zeile der Matrizen der Gleichung (5.28) gestrichen wird. Die Bilder 5.7 und 5.8 zeigen die Testantworten des so gewonnenen Beobachters.

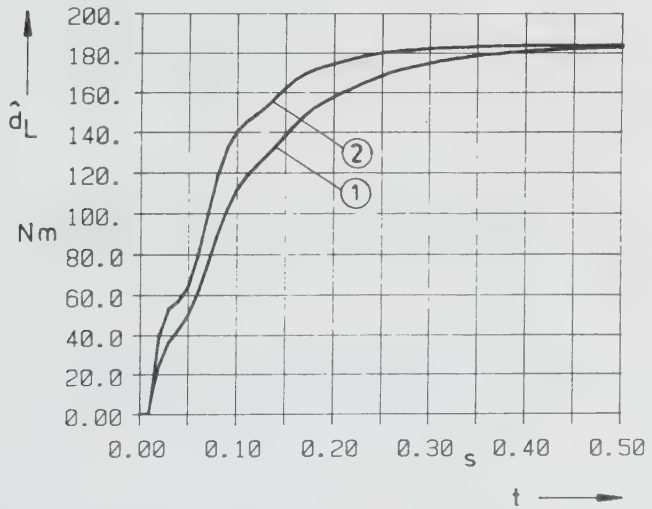


Bild 5.7 Verläufe der beobachteten Größen des zweifach reduzierten Beobachters für den Test 1

1 : 4-fach Pol $-81.2\ s^{-1}$

2 : 4-fach Pol $-100.0\ s^{-1}$

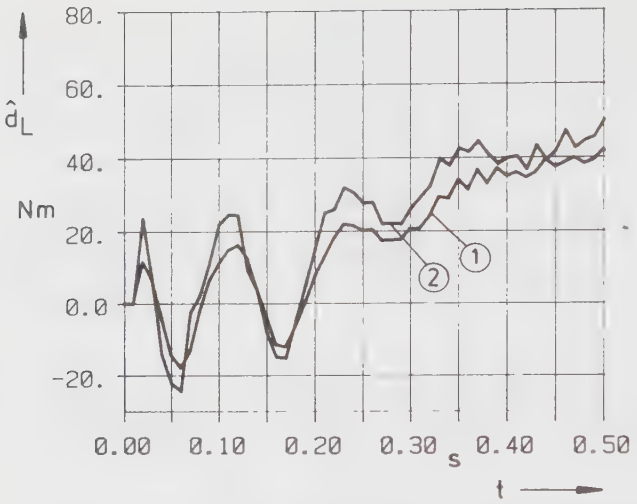


Bild 5.8 Verläufe der beobachteten Größen des zweifach reduzierten Beobachters für den Test 2
1: 4-fach Pol -81.2 s^{-1}
2: 4-fach Pol -100. s^{-1}

Außer diesem vereinfachten Entwurf bietet sich auch noch der exakte Entwurf an. Hierbei geht man vom doppeltreduzierten Modell aus. Die einfache Art der Erfüllung von Gleichung (5.32) ist hier aufgrund der Systembeschreibung nicht mehr gegeben. Aus der Systembeschreibung kann aber die Beziehung Gleichung (5.34) für die Abhängigkeit der Spaltenvektoren gefunden werden.

$$\underline{H} = (\underline{h}_1 \ , \ \underline{h}_2) \ ;$$
$$\underline{h}_2 = \underline{v} + w\underline{h}_1 \qquad (5.34)$$

Damit sind bereits drei Freiheitsgrade vergeben. Die restlichen drei Freiheitsgrade können für eine geeignete Polvorgabe verwendet werden. Die Bestimmung der Elemente des

$\underline{H}$-Vektors erfolgt nun über die Beziehung

$$\det(z\underline{I} - \underline{P} + \underline{HR}) = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3) \qquad (5.35)$$

Dazu wird die Gleichung (5.34) in die Gleichung (5.35) eingesetzt und es ergibt sich jetzt wieder ein eindeutig lösbares Gleichungssystem. Dessen Lösung erfolgt analog Kap. 5.1.1. Die Bilder 5.9 und 5.10 zeigen die Testantworten des so gewonnenen Beobachters.

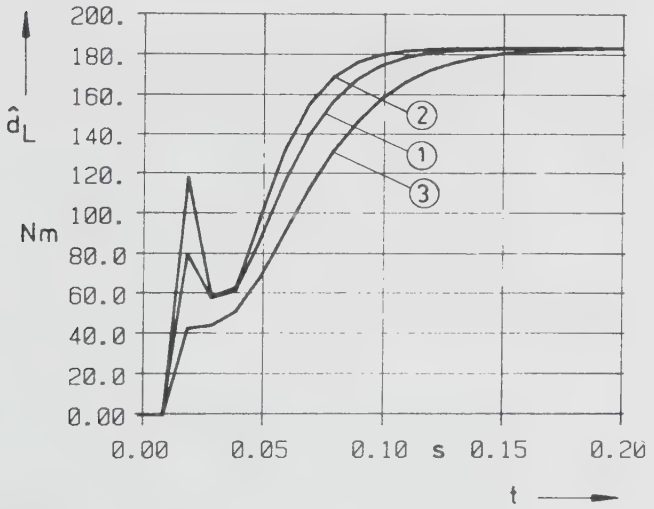


Bild 5.9 Verläufe der beobachteten Größen des exakt zweifach reduzierten Beobachters

1 : 3-fach Pol bei -81.2 s^{-1}

2 : 3-fach Pol bei -100.0 s^{-1}

3 : 3-fach Pol bei -60.0 s^{-1}

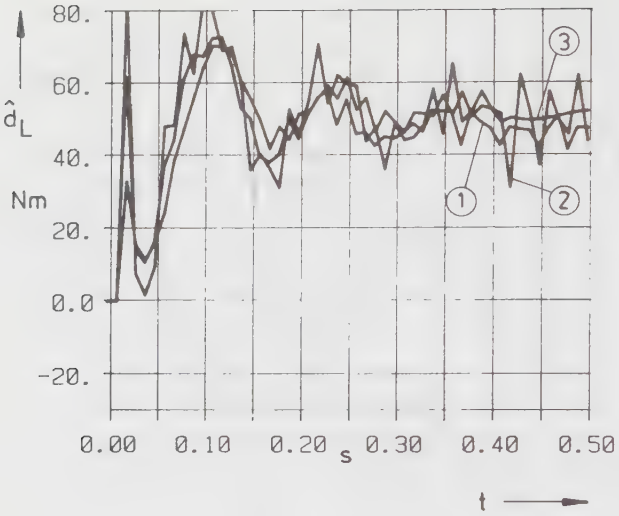


Bild 5.10 Verläufe der beobachteten Größen des exakt zweifach reduzierten Beobachters

1 : 3-fach Pol bei -81.2 s^{-1}

2 : 3-fach Pol bei -100.0 s^{-1}

3 : 3-fach Pol bei -60.0 s^{-1}

Der doppelt reduzierte Beobachter bringt aber keine wesentliche Verbesserung. Die Begründung liegt darin, daß die Geschwindigkeitsistwerte durch Differenzieren der Lageistwerte gewonnen wurden. Bei dem hier verwendeten Roboter führt dies dazu, daß bei einer Abtastzeit von 10ms maximal 500 verschiedene Geschwindigkeitswerte bestimmt werden konnten. Durch eine Erhöhung der Auflösung des Impulsgebers würde eine Verbesserung erzielt. Allerdings handelt man sich damit eine größere numerische Störanfälligkeit ein. Für die Roboter ist die hier verwendete Auflösung durchaus ausreichend, da auch die Mechanik keine Genauigkeitserhöhung mehr zuläßt. Die besten Ergebnisse wurden jedoch mit einer beobachteten Geschwindigkeit erzielt, da hier keine Stufung

auftrat, und somit der Verlauf der Beobachtergrößen wesentlich ruhiger verlief.

5.3. Adaption des Beobachters

Während eines Bewegungsvorgangs des Roboters ändert sich im allgemeinen das Trägheitsmoment der Rotationsachse. Damit der Beobachter aber immer der Strecke und der Regelung angepaßt bleibt, müssen sich die Beobachterkoeffizienten entsprechend ändern. Für den reduzierten Beobachter nach Kapitel 5.2.2 wird die Adaption der einzelnen Koeffizienten in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment durchgeführt. Es wurden drei grundsätzlich verschiedene Abhängigkeiten der einzelnen Koeffizienten vom Trägheitsmoment gefunden. Die drei Funktionen wurden durch Geraden, Hyperbeln und Polynome approximiert. Ein wesentlicher Gesichtspunkt war, den numerischen Aufwand möglichst gering zu halten, da eine On-line Berechnung erfolgen sollte. Die Beobachterpole bleiben somit für alle Trägheitsmomente unverändert. In Bild 5.11 ist der grundsätzliche Verlauf der einzelnen Beobachterkoeffizienten dargestellt.

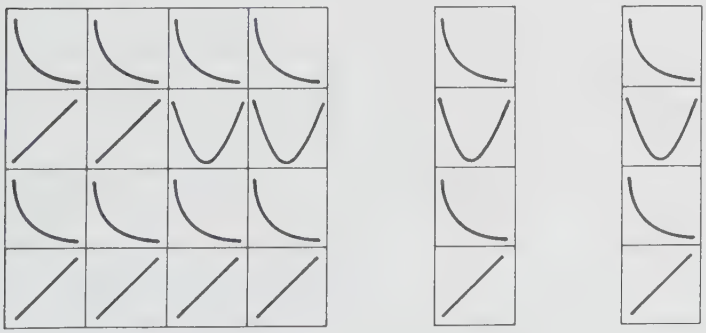


Bild 5.11 Prinzipielle Abhängigkeit der Beobachterkoeffizienten vom Trägheitsmoment

Die realisierten Näherungsfunktionen:

Gerade : $y = ax + b$

Hyperbel: $y = a/(x + b) + c$

Parabel : $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Der wesentliche Vorteil einer Approximation durch Funktionen gegenüber einer Tabellenlösung besteht darin, daß keine Sprungstellen auftreten bei wesentlich verringertem Speicherplatzbedarf. Das Verhalten der beobachteten Größe bleibt ruhig und führt somit nicht zu unerwünschten Schwingungsanregungen im Regelkreis.

6. Einsatz von Zustandsreglern

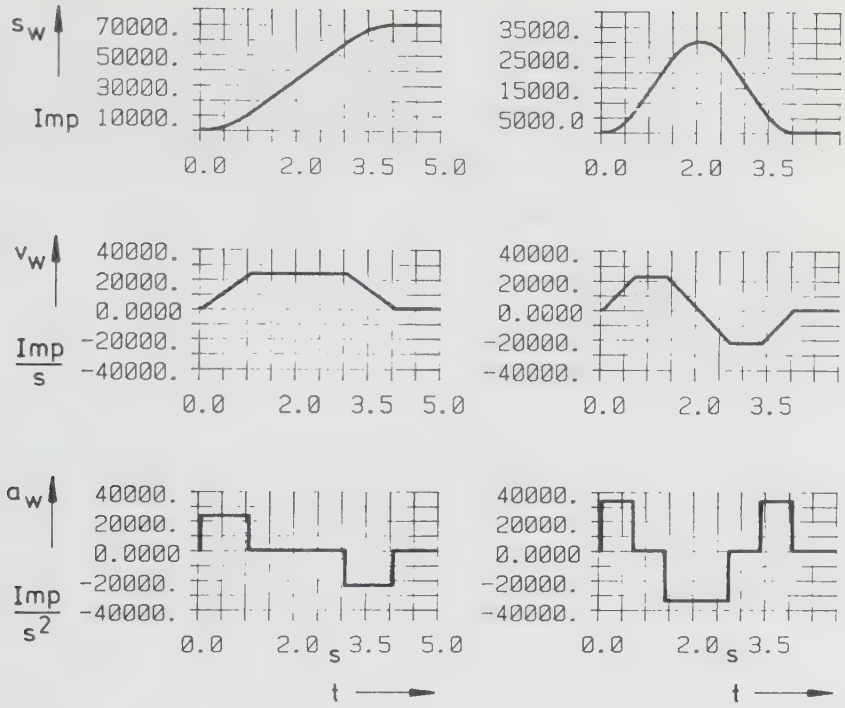
Bei schwach gedämpften Systemen ist es schwierig, mit konventionellen Entwurfsverfahren höhere Ansprüche an die Regelgüte zu befriedigen. Bei einer Lageregelung ist gutes Verhalten besonders schwer zu erreichen, da die Strecke hier integrales Verhalten zeigt. Deshalb werden in diesen Fällen Zustandsregler bevorzugt. Die wesentliche Aufgabe des Entwurfs liegt in der geeigneten Vorgabe der Pole des geregelten Systems. Dabei muß ein Kompromiß zwischen schnellem Einschwingen, dem Schleppfehler sowie der begrenzten Stellamplitude des Stellgliedes gefunden werden. Je nach Anwendungsfall wird der Roboter als ein lagegeregeltes System, z.B. bei einer Punkt zu Punkt Steuerung, oder aber als geschwindigkeits- und lagegeregeltes System , z.B. bei einer Bahnsteuerung, zu betrachten sein. Der Regler soll beide Betriebsfälle beherrschen. Da die an eine Roboterbewegung gestellten Genauigkeitsanforderungen immer höher werden, ist es notwendig, daß die Dynamik des Roboters unter allen zulässigen Betriebsbedingungen unverändert bleibt, um eine Voraussage über die Genauigkeit der Bewegungsbahn zulassen zu können. Dies bedeutet, daß ein unbelasteter Roboter seine Bahn langsamer abfahren wird als es die Dynamik der Antriebe zulassen würde. Im belasteten Fall fahren die Antriebe aber an ihrer Leistungsgrenze. Da, wie bereits in Kapitel 2 gezeigt, die Systemparameter einem großen Schwankungsbereich unterworfen sind, ist eine Adaption der Reglerkoeffizienten notwendig.

6.1. Führungsgrößenerzeugung

Die Robotersteuerung erzeugt die Sollwerte für die einzelnen Achsen. Es werden zwei wesentliche Bewegungsvorgänge unterschieden, die Punkt zu Punkt Steuerung und die Bahnsteuerung. Durch eine geeignete Sollwertvorgabe sorgt die Steue-

rung stets dafür, daß nur Sollwertverläufe ausgegeben werden, die der geregelte Roboter auch ausführen kann, ohne daß eine Zustandsgröße in die Begrenzung geht. Da das System im betrachteten Arbeitspunkt linear ist und die Führungsgröße von der übergeordneten Steuerung in geeigneter Weise bereitgestellt wird, ist eine lineare Betrachtung des Regelkreises möglich. Fährt der Roboter also mit einer Steuerung, so kann für den Regelungsentwurf davon ausgegangen werden, daß auch während der Übergangsvorgänge keine Begrenzungen ansprechen, d.h. daß ein lineares Regelproblem vorliegt. Bei allen Entwurfsbetrachtungen ist das Vorhandensein einer Steuerung vorausgesetzt. Für alle untersuchten Vorgänge sind die Führungsgrößen so ausgelegt, daß keine Systemgrößen begrenzt werden. Für die Untersuchungen der verschiedenen Regelungen wurden an die Führungsgrößen folgende Forderungen gestellt:

- Es sollen die geforderten Beschleunigungen nicht zu einer Strombegrenzung führen.
- Es sollen Phasen konstanter Geschwindigkeit enthalten sein, während dieser Phasen kann eine Schleppfehlerbetrachtung erfolgen.
- Es sollen Phasen konstanter Beschleunigung enthalten sein, die den durch den Strom und das Trägheitsmoment vorgegebenen Rahmen soweit als möglich ausnutzen.
- Es sollen Wechsel der Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsrichtung vorkommen. An den Umkehrstellen der Geschwindigkeit kann der Einfluß der Reibung und Lose gezeigt werden.



Sollwertverlauf 1 Sollwertverlauf 2

Bild 6.1 Sollwertverläufe für den Roboter

Im Bild 6.1 sind zwei Sollwertverläufe gezeigt, die die oben gestellten Bedingungen erfüllen. Diese Sollwertverläufe müßten, da sie innerhalb der physikalischen Grenzen des Roboters liegen, von diesem fehlerlos gefahren werden können, wenn man die sehr kleine Ankerinduktivität des Scheibenläufermotors vernachlässigt und somit annimmt, daß der Antrieb Drehmomentensprünge beherrscht. Abweichungen von dem Sollwertverlauf sind in diesen Fällen einzig durch die Regelung bedingt.

6.2. Zustandsreglerentwurf

In Kapitel 2 wurde für die Rotationsachse ein Zweimassenmodell mit arbeitspunktabhängigem Trägheitsmoment abgeleitet. Der Antrieb einschließlich Mechanik läßt sich durch eine diskrete Zustandsdarstellung mit einer Meßgröße und einer Stellgröße beschreiben (Gleichung 2.25).

$$\underline{z}(k+1) = \underline{A}\underline{z}(k) + \underline{B}u(k) \qquad (6.1)$$
$$y(k) = \underline{C}\underline{z}(k)$$

mit

$$\underline{C} = (0,0,0,0,1)$$

Da das betrachtete System im Arbeitspunkt vollkommen steuerbar ist, läßt sich seine Dynamik über eine Rückführung aller Zustandsgrößen beliebig vorgeben.

Rückführung :

$$u(k) = -\underline{K}\underline{z}(k)$$

Zustandsgeregeltes System :

$$\underline{z}(k+1) = (\underline{A} - \underline{B}\underline{K})\underline{z}(k) + \underline{B}\underline{L}w(k) \qquad (6.2)$$
$$y(k) = \underline{C}\underline{z}(k)$$

Die Rückführmatrix $\underline{K}$ kann nun nach verschiedenen Gesichtspunkten festgelegt werden. Einmal bietet sich eine Minimisierung des quadratischen Kostenfunktionals

$$J = \int (\underline{z}^T\underline{P}\underline{z} + u\underline{Q}u)\,dt \qquad (6.3)$$

an. Bei dieser Möglichkeit muß sich die technische Aufgabenstellung mit dem Kostenfunktional hinreichend genau be-

schreiben lassen. Abhängig von der Wahl der Matrizen $\underline{P}$ und $\underline{Q}$ ergibt sich die Rückführmatrix $\underline{K}$. Eine zweite Möglichkeit besteht darin, die Pole des geschlossenen Systems vorzugeben. Die Polvorgabe alleine sagt noch nichts über das Übertragungsverhalten aus, da hierzu noch die Nullstellen mit betrachtet werden müssen. Um ein sehr schnelles System zu erhalten, müßten die Pole für kontinuierliche Systeme weit nach links bis hin zum Deadbeat-Verhalten verschoben werden. Für die Realisierung am Roboter gilt aber immer der Gedanke, daß für alle Betriebszustände gleiches dynamisches Verhalten gefordert wird. Macht man das System zu schnell, so treten bereits bei kleinen Regelabweichungen Stellsignale auf, die die Strombegrenzung ansprechen lassen und somit das lineare Verhalten des Regelkreises zerstören. Die Pole sind deshalb so vorzugeben, daß für das größte Trägheitsmoment und bei der geforderten Führungsgrößendynamik noch keine Begrenzungen ansprechen. Um dies zu erreichen, ist ein Kompromiß zwischen Schnelligkeit und der notwendigen Antriebsleistung erforderlich. Der Zustandsregler ist mit dem für das Führungsverhalten notwendigen Vorfilter in Bild 6.2 dargestellt. Dabei darf nicht vergessen werden, daß im Regelkreis nur eine Stellgröße vorhanden ist und somit nur eine Zustandsgröße als unabhängiger Sollwert frei vorgegeben werden kann.

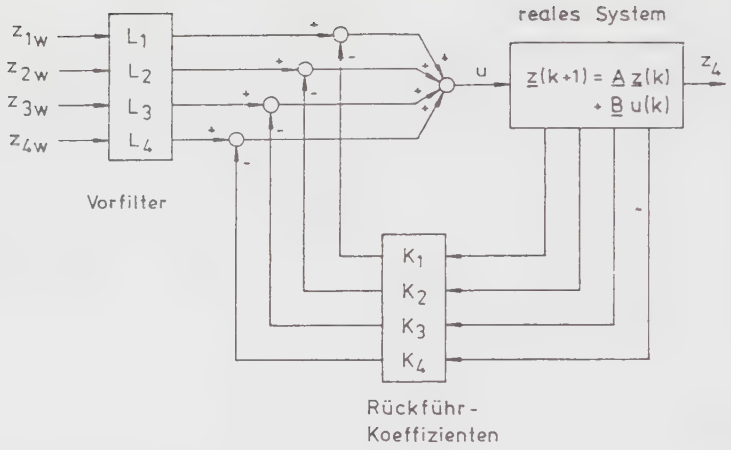


Bild 6.2 Zustandsregler mit Vorfilter $\underline{L}$

Wird das Verfahren der Polvorgabe für Abtastregelkreise verwendet, so sind die gewünschten Pole s_i eindeutig vom Kontinuierlichen ins Diskrete nach der Beziehung

$$z_{pi} = e^{s_i T_{ab}} \qquad T_{ab} : \text{Abtastzeit} \qquad (6.4)$$

transformierbar. Die Polvorgabe im Kontinuierlichen hat den Vorteil, daß die Polvorgabe unabhängig von der Abtastzeit ist, wodurch ein Vergleich der Pollagen des geschlossenen Systems auch bei unterschiedlicher Abtastfrequenz möglich wird. Aus Gründen der besseren Verständlichkeit und Aussagefähigkeit wurde daher hier der Weg über die Vorgabe der analogen Pole mit anschließender Transformation ins Diskrete beschritten. Die Rückführkoeffizienten des diskreten Zustandsreglers lassen sich aus der Beziehung

$$\det(z\underline{I} - \underline{A} + \underline{BK}) = \prod_{i=1}^{n} (z - z_{pi}) \qquad (6.5)$$

bestimmen. Eine Lösungsmöglichkeit für diese Gleichung wurde bereits in Kapitel 5 und in /1/ aufgezeigt.

6.3. Einfluß von Störungen

Wie bei fast allen Regelaufgaben so ist auch hier mit Störungen auf der Regelstrecke zu rechnen. Ist die Störung meßbar, so kann ihre Wirkung durch eine Störgrößenaufschaltung weitgehendst unterdrückt werden. Ist sie nicht meßbar, muß z.B. ein Störgrößenbeobachter zur Rekonstruktion der Störgröße eingesetzt werden.

6.3.1. Berechnung des Schleppabstandes

Der Schleppabstand gibt an, um welchen Betrag der Lageistwert hinter dem Lagesollwert beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit zurückbleibt. Bei proportional wirkenden Lageregelkreisen tritt beim Verfahren mit konstanter Geschwindigkeit ein Schleppabstand auf. Bei Kaskadenregelungen wird die P-Verstärkung des Lagereglers häufig auch durch die Geschwindigkeitsverstärkung (K_V-Faktor) beschrieben.

Für konstante Geschwindigkeit gilt :

$$s = s_w - s_i$$
$$K_V = v_w / s \qquad (6.6)$$

Auch bei Zustandsregelkreisen läßt sich der K_V-Faktor gemäß Gleichung(6.6) definieren. Für die Bestimmumg des K_V-Faktors bei dem Zweimassenmodell der Rotationsachse trifft man die Annahme, daß bei einer konstanten Bewegung die Abweichung der Motorgeschwindigkeit von der Greiferkopfgeschwindigkeit und die Differenz zwischen der Motorlage und der Greiferkopflage gleich Null ist. So lassen sich aus Gleichung (6.7) für das zustandsgeregelte System für den stationären Betriebspunkt mehrere Beziehungen ableiten.

$$\underline{z}(k+1) = (\underline{A} - \underline{B}\underline{K})\underline{z}(k) + \underline{B}L_4 s_w(k) \qquad (6.7)$$

mit der Voraussetztung :

$$\begin{aligned} \Delta v_L &= z_1 = 0 \\ \Delta s_L &= z_2 = 0 \\ v_M(k+1) &= z_3 = v_M(k) \\ d_L &= z_s = 0 \end{aligned} \qquad (6.8)$$

Für diesen Arbeitspunkt erhält man für die Motorgeschwindigkeit die Bestimmungsgleichung:

$$v_M(k+1) = (a_{33} - b_3K_3)v_M + (a_{34} - b_3K_4)s_M + b_3L_4s_w$$

da $L_4 = K_4$ gewählt wurde, damit stationär der Lagesollwert gleich dem Lageistwert ist, ergibt sich :

$$v_M(k) = \frac{a_{34}\, s_M(k) + K_4 b_3\, (s_M(k) - s_w(k))}{1 - a_{33} + b_3K_3} \qquad (6.9)$$

Aus der Systemkenntnis heraus ist es einsichtig, daß die Geschwindigkeitsverstärkung unabhängig vom Ort sein muß. Daraus folgt die Bedingung, daß a_{34} gleich Null sein muß. In Kapitel 2 wurde a_{34} bereits zu Null ermittelt. Hier ergibt sich eine weitere Möglichkeit, die Genauigkeit der numerischen Berechnung der Transitionsmatrix zu kontrollieren.

Es läßt sich nun der K_v-Faktor für den Zustandsregler angeben:

$$K_v = v_w / (s_M(k) - s_w(k)) = \frac{b_3\, K_4}{1 - a_{33} + b_3K_3} \qquad (6.10)$$

Bei der hier verwendeten Reglereinstellung ergab sich der Wert für K_v zu 7,81 s^{-1} . Der Schleppabstand ist abhängig vom K_v-Faktor und der geforderten Geschwindigkeit. Er ist ein gutes Maß für vergleichende Betrachtungen bei den Regelungen. Ein positiver Schleppabstand bedeutet, daß die Strecke dem Sollwert nacheilt.

6.3.2. Störgrößenaufschaltung unter Verwendung eines Störgrößenbeobachters

Wird der in Kapitel 5 entworfene Störgrößenbeobachter in die Regelung mit einbezogen, so wird es möglich, die Störung zu kompensieren und dadurch eine Erhöhung der stationären Genauigkeit zu erreichen. Die vom Störgrößenbeobachter ermittelte Störgröße (beim Roboter wird eine Drehmomentstörung angenommen) wird nun über einen Proportionalitätsfaktor auf die Stellgröße aufgeschaltet. Sie kompensiert so eine Störung, ohne daß das Vorhandensein einer Regelabweichung notwendig ist. Dies ergibt insgesamt betrachtet einen Integralanteil in der Regelung. Dieser Integralanteil liegt innerhalb des Störgrößenbeobachters und entsteht durch das Störgrößenmodell. In die Führungsübertragungsfunktion geht er nicht ein. Dies bedeutet, daß sich die Regelung dynamisch weiterhin wie eine reine Proportional-Regelung verhält, d.h. sie weist weiterhin einen Schleppfehler auf und zeigt bei richtiger Auslegung kein Überschwingen.

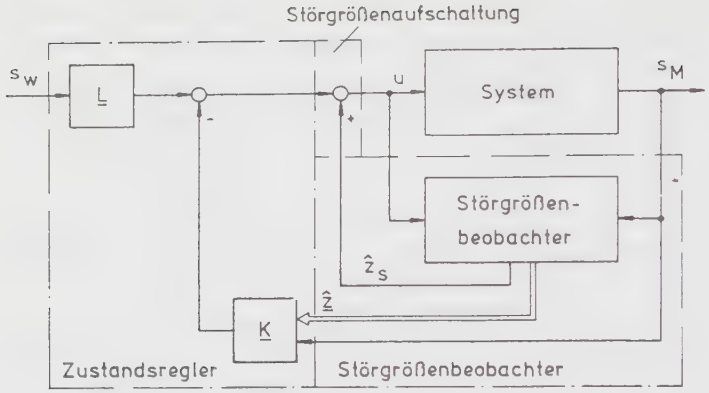


Bild 6.3 Zustandsregelung mit Störgrößenbeobachter und Störgrößenaufschaltung

Von der Idealvorstellung, daß ein Beobachter unabhängig vom Regelkreis zu entwerfen ist, und dieser bei genau bekannter Strecke das Führungsverhalten nicht beeinflußt, muß bei realen Systemen Abstand genommen werden. Dies kommt im wesentlichen von der ungenau bekannten Strecke. Durch den Beobachter wird eine zusätzliche Dynamik in den Regelkreis mit eingebracht. Dies führt dazu, daß die Regler- und Beobachterpole eng miteinander verknüpft sind. Geht man von den Beobachterpolen von Kapitel 5 (4-fach reell: - 81,2 s^{-1}) aus, so müssen die Reglerpole einen negativen Realteil (> $-45s^{-1}$) besitzen. Dies kann damit erklärt werden, daß der Beobachter eine höhere Dynamik benötigt als die Strecke selbst. Wird der Beobachter zu dynamisch ausgelegt, so gelangen dessen Einschwingvorgänge über die Störgrößenaufschaltung mit in den Regelkreis.

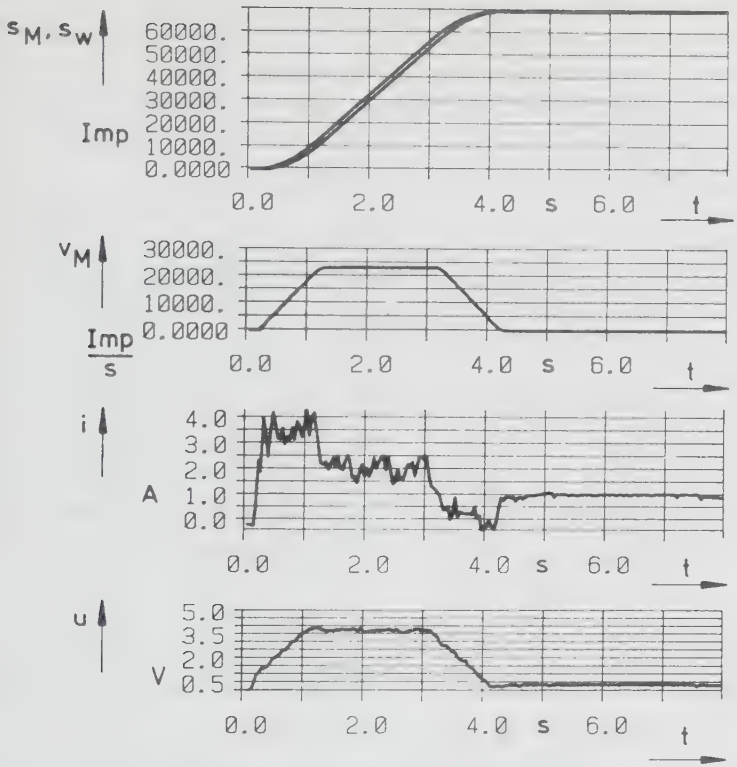


Bild 6.4 Übergangsvorgänge für die Zustandsregelung des Roboters mit Störgrößenbeobachter und Störgrößenaufschaltung für den Sollwertverlauf 1 und minimales Trägheitsmoment

In Bild 6.4 sind die wichtigsten Größen für den Regelvorgang nach dem Sollwertverlauf 1 dargestellt. Es sind deutlich die drei Phasen (konstante Beschleunigung, konstante Geschwindigkeit, konstante Lage) zu erkennen. Der vom Leistungsverstärker maximal abgebare Strom (I_{max} = 6A) wird noch deutlich unterschritten. Auch bei maximalem Trägheitsmoment

ist der Antrieb noch in der Lage, die Beschleunigung ohne das Ansprechen der Strombegrenzung zu erbringen. Bei Geschwindigkeit Null führt der Motor noch einen Strom. Dies kommt von dem Integralanteil im Störgrößenbeobachter. Das dadurch hervorgerufene Moment wird durch die vorhandene Reibung kompensiert.

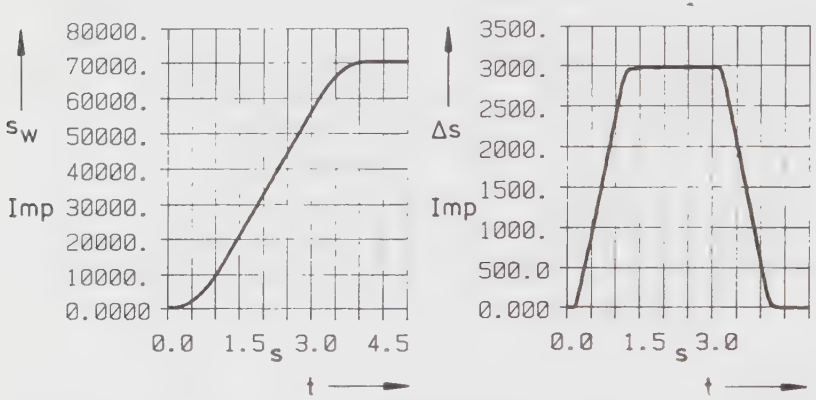


Bild 6.5 Schleppfehlerverläufe für den Sollwertverlauf 1 für die Rotationsachse mit minimalem und maximalem Trägheitsmoment

In Bild 6.5 sind die Schleppfehlerverläufe für die Zustandsregelung mit Störgrößenbeobachter für verschiedene Trägheitsmomente dargestellt, wobei jeweils die Beobachter- und die Zustandsreglerkoeffizienten so adaptiert werden, daß ihre Pollagen trotz der Trägheitsmomentenänderungen unverändert bleiben. Dies ist hier sehr gut gelungen, da kein Unterschied in den Kurvenverläufen sichtbar wird. Damit ist gezeigt, daß das dem Entwurf zugrunde gelegte Modell ausreichend genau ist.

6.3.3. Zustandsregelung mit Integralanteil

Soll die stationäre Genauigkeit nicht durch einen Störgrößenbeobachter erreicht werden, so besteht noch die Möglichkeit, einen I-Anteil direkt in den Führungsgrößenzweig einzusetzen. Der I-Anteil wird parallel zur Größe (s_w) gelegt. Dies führt dann dazu, daß der Schleppfehler beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit zu Null wird, daß die Störgrößen vollständig ausgeregelt werden, daß aber kein überschwingfreies Positionieren mehr möglich ist. Bei vielen Roboteranwendungen steht das überschwingfreie Anhalten im Vordergrund, so daß aus diesem Grund dieser Lösungsweg zur Erzielung einer hohen stationären Genauigkeit ausscheidet.

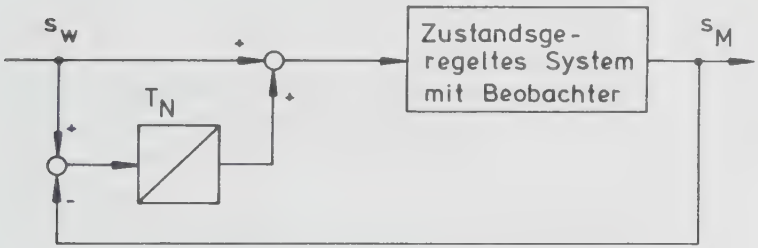


Bild 6.6 Zustandsregelung mit Integralanteil

Unter dem zustandsgeregelten System kann jetzt ein Zustandsregler mit Störgrößenbeobachter mit oder ohne Störgrößenaufschaltung verstanden werden. Die Regelungsergebnisse sind sich sehr ähnlich. Wird eine Störgrößenaufschaltung mit verwendet, so tritt ein etwas größeres Überschwingen auf. Die Endpositionierung ist von niederfrequenten Dauerschwingungen überlagert, deren Frequenz von der Nachstellzeit des Integral-Reglers abhängig ist. Diese Schwingungen rühren vom Stick-Slip Effekt der Strecke her.

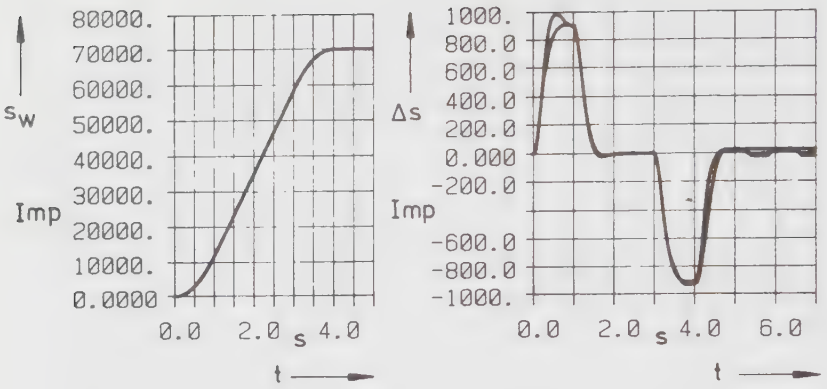


Bild 6.7 Demonstration des Überschwingens für einen Zustandsregler mit zusätzlichem I-Anteil T_N = 300 ms mit und ohne Störgrößenaufschaltung

Das Überschwingen wird deutlich am großen negativen Schleppfehler Δs. Im Bild 6.5 ist dagegen der Schleppfehler nur positiv und somit ist das Verhalten dort im Gegensatz zu hier überschwingfrei.

6.3.4. Zustandsregelung mit nichtlinearem Integralanteil

Wird eine lineare Zustandsregelung mit einem Störgrößenbeobachter und einer Störgrößenaufschaltung verwendet, so ergibt sich wegen des Stick-Slip Effektes des Antriebs kein stationärer Ruhepunkt. Die im Antrieb vorhandene nichtlineare Reibung bewirkt, daß es mit einer festen Reglereinstellung nicht möglich ist, den Lagesollwert zu erreichen. Bereits kleine Lageabweichungen führen dazu, daß der in der Regelung vorhandene I-Anteil hochläuft und dann der Antrieb losbricht. Durch den jetzt erfolgenden Übergang von Haft- auf Gleitreibung sinkt die Reibungskraft so stark ab, daß der vorhandene I- Anteil nicht schnell genug abgebaut werden

kann, und es kommt somit zu einem Überschwingen und einer Ruhelage außerhalb des Nullpunkts. Zur Unterstützung der linearen Regelung in diesem Arbeitspunkt, der von einem stark nichtlinearen Verhalten der Strecke geprägt ist, wird hier eine zusätzliche nichtlineare Regelung überlagert.

Ausgangspunkt für die Überlegungen zum Entwurf dieser zusätzlichen Regelung ist die Geschwindigkeit/Schleppfehlerebene und der Grundgedanke, daß ein Überschwingen möglichst verhindert werden soll. Dies bedeutet, daß in der Phasenebene die Bewegungen nur im 1. und 3. Quadranten stattfinden sollten. Wird diese Forderung verletzt oder bleibt der Antrieb mit einem Schleppfehler stehen, so tritt der nichtlineare Reglerteil ein. Die Möglichkeiten zum Zuschalten sind somit:

a) der Antrieb steht und hat eine Lageabweichung
   oder
b) der Antrieb befindet sich im 2. oder 4. Quadranten der Phasenebene

Zum Finden eines geeigneten Regelgesetzes werden jetzt beide Möglichkeiten getrennt betrachtet:

a) der Antrieb steht und hat einen Schleppfehler. In diesem Fall wird dem von der linearen Regelung berechneten Spannungswert ein nichtlinearer Anteil überlagert, der dafür sorgt, daß der Antrieb in die Richtung Zielpunkt beschleunigt wird. Außerdem wird, falls erforderlich, auch der I-Anteil der linearen Regelung in der notwendigen Weise umgesetzt, um das sonst notwendige langsame Hochintegrieren abzukürzen. Setzt sich der Antrieb in Bewegung, so wird der zusätzliche Spannungswert wieder zu Null gesetzt.

b) der Antrieb fährt im 2. oder 4. Quadranten der Phasenebene. Hier wartet der Regler nicht erst darauf, daß der Geschwindigkeitswert Null wird, sondern greift gleich ein. Er erzeugt einen der Bewegung entgegengesetzten Zusatzspannungswert und setzt den Integralanteil im Regler um. Der Zusatzspannungssollwert wird wieder zu Null, wenn der Antrieb den 2. oder 4. Quadranten verläßt oder den Zielpunkt erreicht hat.

Der Spannungszusatzsollwert berechnet sich zu:

$u_{zus} = a \Delta s + b$ für den 2. und 4. Quadranten der Phasenebene (6.11)

$u_{zus} = 0$ für den 1. und 3. Quadranten der Phasenebene und $v_M \neq 0$ (6.12)

Dieses stark nichtlineare Verhalten ist der Strecke angepaßt, und die Konstanten a und b können aus folgendem Versuch bestimmt werden. Man schaltet für ein Abtastintervall einen Spannungssprung auf den Antrieb und mißt den gefahrenen Weg. Damit ergibt sich dann das in Bild 6.8 dargestellte Verhalten.

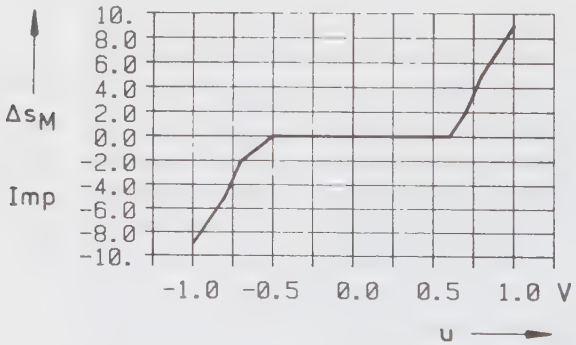


Bild 6.8 Verfahrweg des Roboters auf einen Spannungsimpuls variabler Amplitude der Dauer $T = T_{ab}$

Ausgehend von dieser Kennlinie bestimmt man die Konstante a. Zur Berechnung der Konstanten b muß die Regelung mit betrachtet werden. Die dort ausgegebene Spannung, vergrößert um den Zusatzsollwert, muß für die betreffende Lageabweichung den Spannungswert nach Bild 6.8 ergeben. In Bild 6.9 ist ein Regelverlauf dargestellt. Man erkennt, daß nach 50ms der Antrieb steht und der Schleppfehler größer Null ist. Somit wird der Zusatzsollwert nach der Möglichkeit a berechnet. Dieser Spannungssprung genügt, um den Antrieb wieder in Bewegung zu setzen. Nach 100 ms schwingt der Antrieb um einen Impuls über, jetzt wird der Integralanteil auf den Wert der Gleitreibung bei kleinen Geschwindigkeiten unter Beachtung der geforderten Richtung umgesetzt, und die Steuerspannung aus Gleichung (6.11) und der neuen Störgröße gebildet. Der Antrieb wird durch die so gebildete Spannung abgebremst und bleibt mit einem negativen Schleppfehler stehen. Zur Ausregelung des Lagefehlers muß nun der Antrieb wieder gegen die Haftreibung anfahren. Dazu ist es nötig, den Integralanteil in der Regelung nur noch wenig aufintegrieren zu lassen. Dann schwingt er wieder einen Impuls über, nun muß der Integralanteil wieder umgesetzt werden und die Zusatzspannung wieder nach Gleichung (6.11) gebildet werden. Damit erreicht er dann den Schleppfehler Null und bleibt dort stabil stehen. Ein solches Regelverhalten ist mit analogen Bauteilen nur schwer zu realisieren, während sich eine digitale Regelung für solche Lösungen geradezu anbietet.

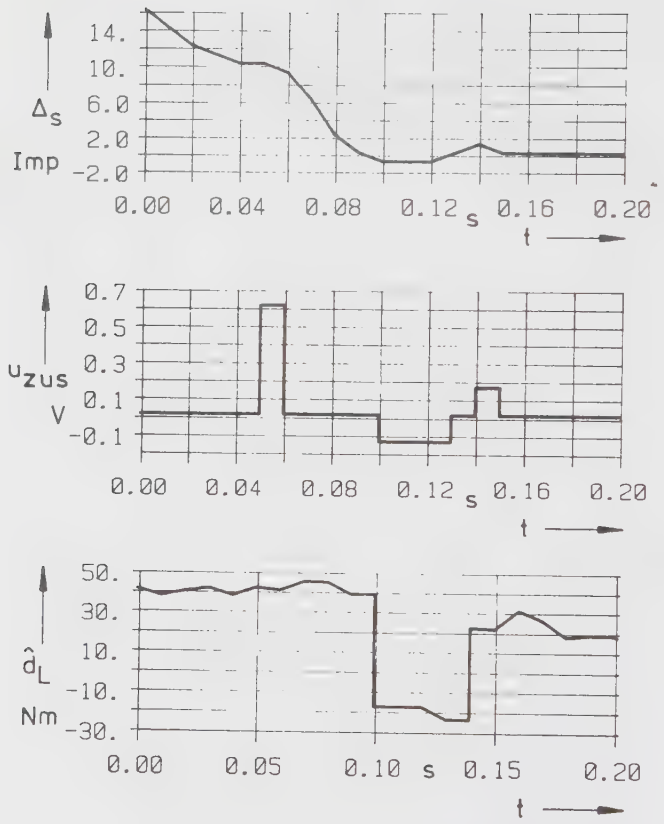


Bild 6.9 Ausregelvorgang bei einer nichtlinearen integralen Regelung

Im Bild 6.10 ist der Schleppfehlerverlauf für eine so erweiterte Zustandsregelung mit Störgrößenbeobachter und Störgrößenaufschaltung aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, daß der Antrieb nach dem Ausregeln ruhig steht.

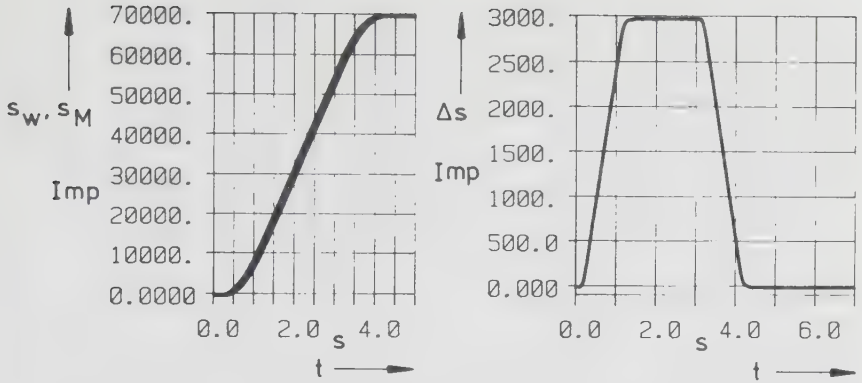


Bild 6.10 Sollwert-, Motorlage- und Schleppfehlerverlauf für den Sollwertverlauf 1 bei einer nichtlinearen Regelung

6.4. Vorsteuerungen

In der Antriebstechnik für Werkzeugmaschinen sind Vorsteuerungen ein gangbarer Weg zur Erzielung einer besseren Genauigkeit. Vorsteuerungen dienen dazu, das Ansprechen eines Systems zu verbessern. In /12,14,16/ ist das Prinzip der Vorsteuerung für einen x - y Tisch ausgeführt. Die Vorsteuerungen lassen sich auch bei Zustandsregelkreisen verwirklichen.

6.4.1. Geschwindigkeitsvorsteuerung

Das Vorfilter L ist in diesem Fall kein rein proportionales Übertragungsglied, sondern weist ein eigenes Zeitverhalten auf. Wird eine Geschwindigkeitsvorsteuerung realisiert und steht als Sollwert nur der Lagesollwert zur Verfügung, so muß im Vorfilter ein differenzierender Anteil enthalten sein. Für diesen so entstehenden Zustandsregler kann nach

Kapitel 6.3.1. wieder ein Schleppfehler bzw. eine Geschwindigkeitsverstärkung berechnet werden. Es ergibt sich ein K_V-Faktor zu:

$$K_V = v_w / \Delta s = \frac{b_3 K_4}{1-a_{33}} \qquad (6.13)$$

$$K_V = 17{,}24\ s^{-1}$$

In Bild 6.11 ist das Verhalten des Gesamtsystems, wenn zusätzlich zum Lagesollwert noch der Geschwindigkeitssollwert aufgeschaltet wird, zu sehen. Allerdings ist eine leichte Überdynamisierung zu erkennen, denn beim Einschwingen auf den neuen Lageendwert tritt ein kaum erkennbares Überschwingen auf. Dies kann durch ein leichtes Zurücknehmen des Doppelpols von $(-20\ s^{-1})$ auf $(-18\ s^{-1})$ beseitigt werden, ohne die Dynamik wesentlich zu beeinflussen.

6.4.2. Motorspannungsvorsteuerung

Wird außer der Geschwindigkeit noch die induzierte Motorspannung mit vorgegeben, so kann für den Regelungsentwurf nicht mehr von einer unveränderten Systemstruktur ausgegangen werden. Die vorgesteuerte Spannung läuft nicht über einen Regelkreis, sondern wird direkt aufgeschaltet. Damit wird im Bild 2.10 die Rückführung kompensiert und es ergibt sich eine neue regelungstechnische Systemstruktur. In diesem Fall kann auch von einer Entkopplung (siehe Kap.3) gesprochen werden. Dies hat zur Folge, daß während einer Phase mit konstanter Geschwindigkeit kein Schleppfehler auftritt. Das bedeutet aber andererseits, daß für das Anhalten ein Überschwingen des Regelkreises erforderlich ist. Aus diesem Grund ist die E_A - Vorsteuerung für diese Anwendung ungeeignet.

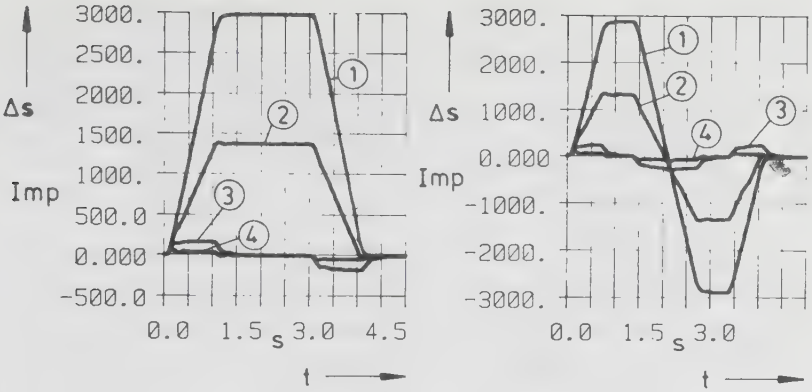


Bild 6.11 Verhalten des Zustandsregelkreises bei verschiedenen Vorsteuerungen

1 : ohne Vorsteuerung

2 : mit Geschwindigkeitsvorsteuerung

3 : mit Geschwindigkeits- und E_A-Vorsteuerung

4 : mit verbesserter Pollage für den Fall 3

6.5. Adaption des Zustandsreglers

Da die Systemdaten vom Trägheitsmoment abhängen, welches sich ständig verändern kann, bieten sich zwei Möglichkeiten für den Reglerentwurf. Würde man eine robuste Regelung, die gegenüber den Trägheitsmomentenänderungen unempfindlich ist, entwerfen wollen, so gibt man ein Polgebiet vor, in dem sich die Eigenwerte des geschlossenen Systems bewegen dürfen. In Bild 6.12 ist der Polverlauf für den geschlossenen Regelkreis bei Veränderung des Trägheitsmomentes und konstante Rückführkoeffizienten dargestellt. Ausgangspunkt war eine Reglereinstellung, bei der die Pole des geschlossenen Systems bei $(-20,-20,-70 \pm j40)$ liegen sollten und das Lastträgheitsmoment den Wert 16 kgm^2 besaß. Wird nun ausgehend von diesem Arbeitspunkt bei konstanten Rückführkoeffizienten

das Trägheitsmoment verändert, so ergibt sich die Polwanderung von Bild 6.12. Für kleiner werdendes Trägheitsmoment bleiben die bestimmenden Pole reell. Wird das Trägheitsmoment vergrößert werden die dominanten Pole konjungiert komplex, d.h. das System neigt zu niederfrequenten Schwingungen.

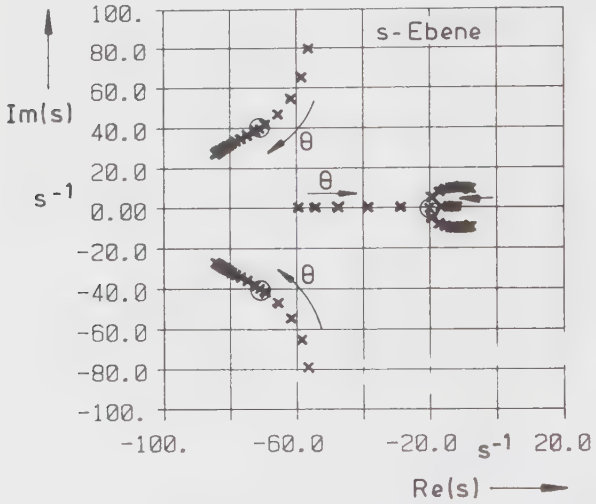


Bild 6.12 Lage der Pole des geschlossenen Systems in Abhängigkeit vom Trägheitsmoment bei konstanten Rückführkoeffizienten ausgehend von einem mittleren Trägheitsmoment

Da diese Entwurfsmethode, wegen der Forderung nach immer konstantem Übergangsverhalten, hier nicht weiter verfolgt wurde, soll nun die Adaption der Reglerkoeffizienten dargestellt werden. Durch die feste Pollage und das variierende Trägheitsmoment müssen die Rückführkoeffizienten als eine Funktion des Trägheitsmomentes dargestellt werden. In Kapitel 2 wurde gezeigt, daß sich das Trägheitsmoment in

einem großen Bereich ändern kann. (28 kgm^2 < Θ < 58 kgm^2). Werden nun die einzelnen Rückführkoeffizienten bestimmt, so ergeben sich die Verläufe nach Bild 6.13. Daraus ergibt sich, daß die Koeffizienten K_1, K_3, K_4 abschnittsweise durch Parabeln und Geraden genähert werden können, während sich für den Koeffizienten K_2 eine Hyperbelnäherung anbietet.

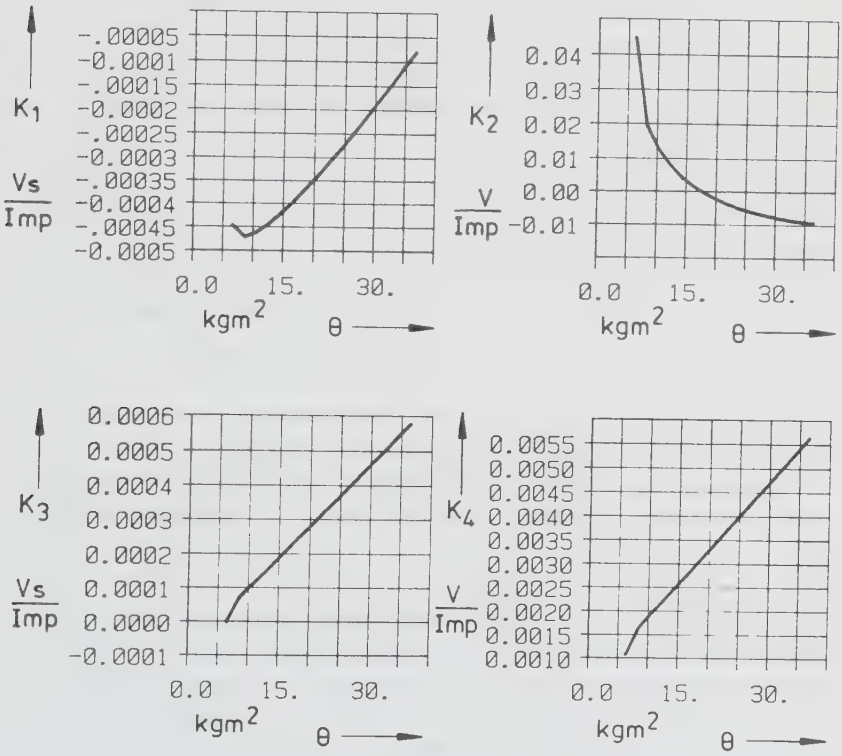


Bild 6.13 Abhängigkeit der Rückführkoeffizienten vom Trägheitsmoment

7. Einsatz von Kaskadenregelungen

Kaskadenregelungen werden schon seit längerer Zeit in industriellen Regelungen mit Erfolg eingesetzt. Dabei sind zwei oder mehrere Regler hintereinander geschaltet, wobei jeder Regler ein Teilsystem regelt und die Führungsgröße für den unterlagerten Regelkreis liefert. Für die Teilregler werden üblicherweise P-, PI- oder PID- Regler verwendet. Die Vorteile der Kaskadenregelungen sind :

- einfache Stabilisierung von Teilsystemen
- Ausregelung von Störungen in den inneren Regelkreisen
- einfache Begrenzung der inneren Größen durch Begrenzung der Führungsgröße
- einfache Inbetriebnahme

Für lagegeregelte Systeme bieten sich zwei Standardkaskadenreglerstrukturen an:

die P-PI-Struktur, die häufig bei Werkzeugmaschinen Verwendung findet, bei denen ein überschwingfreies Positionieren der Achsen gefordert wird aber während der Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit ein Schleppfehler vorhanden sein darf,

die PI-P-Struktur, die den Vorteil eines schleppfehlerfreien Fahrens bietet, dafür aber den Nachteil besitzt, daß kein überschwingfreies Positionieren mehr möglich ist.

Ein weiterer einfach zu entwerfender Regelalgorithmus ist der Regler auf endliche Einstellzeit (Deadbeat-Regler) /3,8,35/. Allerdings ist es hier meist so, daß der Reglerentwurf aufgrund der begrenzten Stellamplitude des Stellgliedes und der damit verbundenen notwendigen Ordnungserhöhung, die die Festlegung von Freiheitsgraden erfordert,

komplizierter wird. Bei diesem Entwurf wird die Reglerstruktur direkt durch die Strecke festgelegt. Der Entwurf von Kaskaden-Zustands-Reglern bietet bei der Inbetriebnahme die Vorteile der Kaskadenregler. Für die Teilsysteme aber müssen Zustandsregler entworfen werden, die es ermöglichen, die schwingungsfähigen Untersysteme zu bedämpfen.

7.1. Kaskadenregler mit P- und PI- Regelalgorithmen

Für die diskrete Nachbildung des analogen PI-Reglers bieten sich mehrere Möglichkeiten an. Für die Realisierung des Integralanteils können je nach Anforderung verschiedene Algorithmen verwendet werden. (Rechteck-, Trapez-, Simpson-Integration). Hier wurde die Rechteckintegration gewählt und von sprungförmigen Eingangssignalen auf den Integrierer ausgegangen. Mit Hilfe der in Kapitel 2 angegebenen Transformationsformel erhält man für den PI-Regler

$$Y(s) = K_p \frac{1 + s T_N}{s T_N} X(s) \qquad (7.1)$$

$$Y(z) = K_p \frac{z + (T_{ab}/T_N - 1)}{z - 1} X(z) \qquad (7.2)$$

die Rekursionsformel:

$$y(k) = K_p(x(k) + (T_{ab}/T_N - 1)x(k-1)) + y(k-1) \qquad (7.3)$$

Für ein sprungförmiges Eingangssignal bildet die Gleichung(7.3) die Sprungantwort des PI-Reglers fehlerfrei nach. Der Amplituden- und Phasengang des analogen und des digitalen Reglers sind nicht identisch. Aus Gleichung (7.3) ist ersichtlich, daß der Rechner unendlich schnell sein müßte, damit die Rekursionsformel in Echtzeit fehlerfrei erfüllt werden könnte. Ist dies nicht der Fall, muß in der Rekursionsformel die Rechenzeit, die hier gleich der Abtastzeit

sein soll, mit berücksichtigt werden. Damit ergibt sich die Gleichung (7.4)

$$y(k) = K_p(x(k-1) + (T_{ab}/T_N - 1)x(k-2)) + y(k-1) \quad (7.4)$$

In Bild 7.1 sind die Phasen- und Amplitudengänge des analogen sowie der beiden digitalen Regler (Gleichung (7.3) und (7.4)) dargestellt.

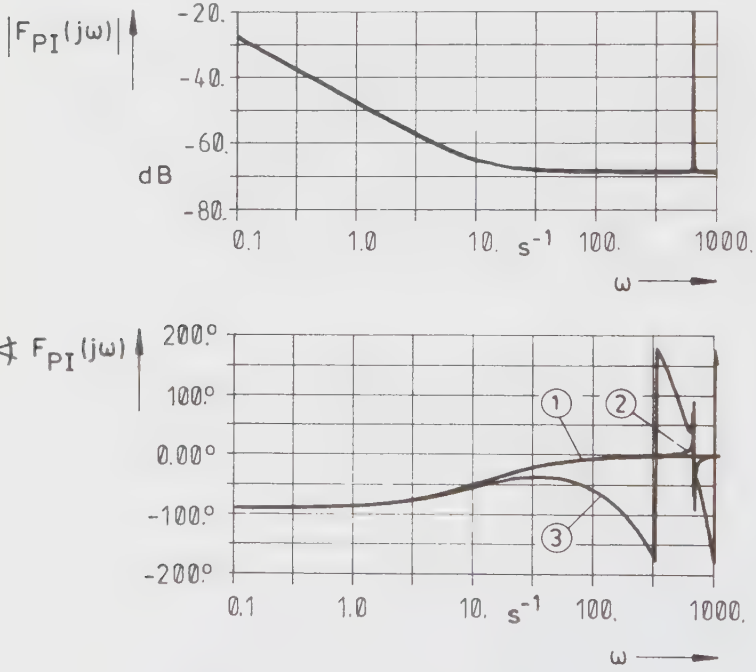


Bild 7.1 Amplituden- und Phasengänge der eingesetzten analogen und der diskreten PI-Regler für:
T_N = 94,4 ms, $K_p = 4.195 \cdot 10^{-4}$, T_{ab} = 10 ms
1 : analoger Regler
2 : digitaler Regler nach Gleichung (7.3)
3 : digitaler Regler nach Gleichung (7.4)

Der Amplitudengang ist bei allen drei Reglerrealisierungen (Bild 7.1) in etwa gleich, abgesehen von der Unstetigkeitsstelle bei Vielfachen der Abtastfrequenz. Beim Phasengang erkennt man deutlich die Phasensprünge der diskreten Regler und auch die Phasendifferenz zwischen analogem und digitalem Regler. Es bestätigt sich aber die Faustregel, daß für Frequenzen bis zu 1/10 der Abtastfrequenz die diskreten Algorithmen quasi analoges Verhalten zeigen.

7.1.1. Regelkreis in P-PI-Struktur

Bei der Regelung von Werkzeugmaschinen hat sich diese Struktur eingeführt und bewährt. Die Werkzeugmaschine einschließlich ihres Antriebes läßt sich als starres System betrachten und erlaubt daher diesen Entwurf ohne große Komplikationen. Wird der Roboter ebenfalls als genügend starr angenommen, so ergibt sich die Struktur nach Bild 2.10. Damit kann auch beim Roboter ein ähnlicher Entwurf durchgeführt werden.

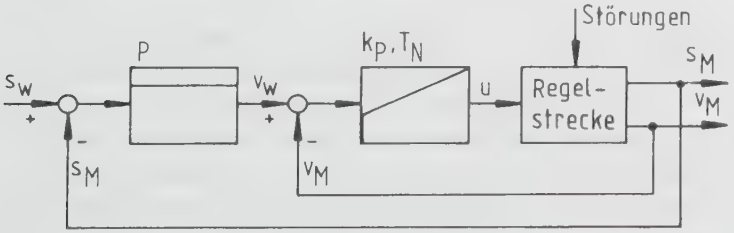


Bild 7.2 Lageregelung der Rotationsachse in der P-PI-Struktur

Der Entwurf wird quasi analog durchgeführt. Die Reglerkoeffizienten sollen so bestimmt werden, daß sich ein ähnliches Verhalten wie bei der Zustandsregelung ergibt. Dazu wird die P-Verstärkung des Lagereglers gleich der Geschwindigkeitsverstärkung des Zustandsreglers gewählt. Durch die Nachstellzeit des Drehzahlreglers wird eine Kompensation der

Zeitkonstanten des Antriebes durchgeführt. Der Pol des geschlossenen Drehzahlregelkreises wird nun so gelegt, daß sich für das lagegeregelte System ein reeller Doppelpol ergibt, ähnlich wie bei der Zustandsregelung.

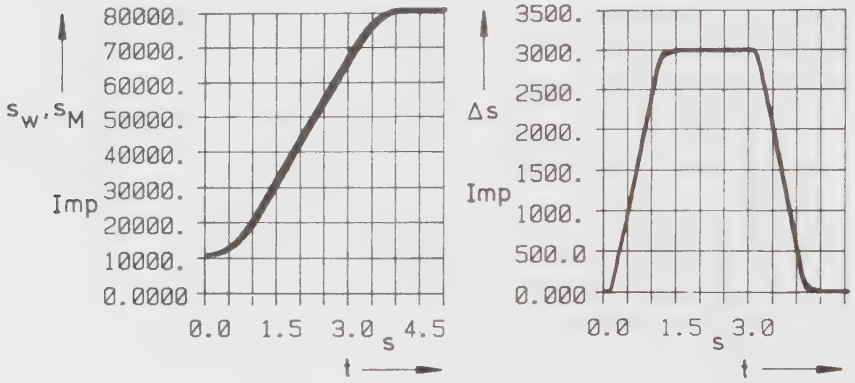


Bild 7.3 Sollwert-, Motorlage- und Schleppfehlerverlauf für den Sollwertverlauf 1 für die P-PI- und Zustandsregelung
Zustand.-Reg.: Pole (-20, -20, -70 $\pm$ j40)
P-PI- Regelung : Pole (-15,62, -15,62)

Aus Bild 7.3 ist ersichtlich, daß der Schleppfehler beider Regelkonzepte in etwa gleich ist, d.h. die Pole der Kaskadenregelung entsprechen denen der Zustandsregelung. Die Zustandsregelung weist nur beim Beschleunigen einen etwas ruhigeren Verlauf aus. Damit die Dynamik des P-PI-Regelkreises unabhängig vom Trägheitsmoment wird, muß auch hier eine Adaption der Reglerkoeffizienten durchgeführt werden. Der Schleppfehler soll für alle Parameteränderungen konstant bleiben, deshalb bleibt auch die P-Verstärkung des Lagereglers konstant. Der K_P-Faktor und die Nachstellzeit T_N des Drehzahlreglers hängen linear vom Trägheitsmoment ab. Die Adaption kann deshalb sehr einfach durchgeführt werden.

Adaption:

$K_P = c_1\ \Theta(r)$
$T_N = c_2\ \Theta(r)$ $\qquad c_1, c_2$: Antriebskonstanten

Begrenzung des PI-Reglers

Der digital realisierte adaptive PI-Regler bietet auch die Möglichkeit einer wesentlich verbesserten Begrenzung der Ausgangsspannung im Hinblick auf die Begrenzung des Motorstroms. Da durch die Drehzahlreglerausgangsspannung auch eine Strombegrenzung realisiert werden soll, muß die Begrenzung des Reglers der Motordrehzahl nachgeführt werden, d.h die Begrenzungsspannung ist abhängig von der Motordrehzahl, den Motorkonstanten und dem maximal zulässigen Motorstrom. Spricht die Begrenzung an, wird die Ausgangsspannung gleich der Begrenzungsspannung gesetzt. Dies entspricht dem Begrenzen des Integralanteils im Regler mit gleichzeitigem Nullsetzen des P-Anteils.

Geschwindigkeitsvorsteuerung

Damit der Schleppfehler beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit verkleinert wird, kann auch hier eine Geschwindigkeitsvorsteuerung vorgenommen werden. Wird ein der Lageänderung entsprechender Geschwindigkeitssollwert vorgesteuert, so erhält man beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit keinen Schleppfehler.

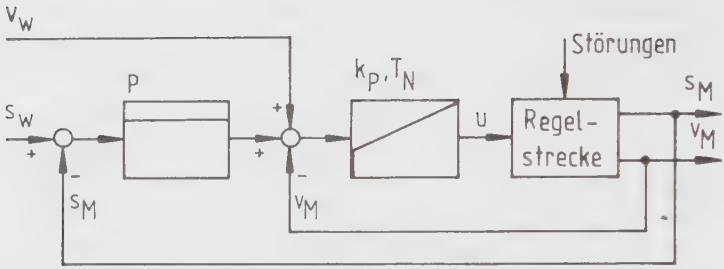


Bild 7.4 Lageregelung in P-PI-Struktur der Rotationsachse mit Geschwindigkeitsvorsteuerung

Eventuell auftretende Lastmomente werden vom PI-Regler ausgeregelt. Dies ist der Unterschied zum Konzept der Zustandsregelung mit Störgrößenbeobachter. Soll auch hier ein ähnliches Verhalten wie bei der Zustandsregelung mit Geschwindigkeitsvorsteuerung erreicht werden, so ist der Geschwindigkeitssollwert mit einem Faktor f zu gewichten. Damit erhält man dann

$$\Delta s = (1 - f)/ P \qquad (7.5)$$

f : Gewichtungsfaktor
P : Verstärkungsfaktor des Lagereglers
Δs : Schleppfehler

$$f = 1 - P/K_V \qquad (7.6)$$

K_V : Geschwindigkeitsverstärkung des Zustandsreglers bei Geschwindigkeitsvorsteuerung

7.1.2. Regelkreis in PI-P-Struktur

Wird bei Werkzeugmaschinen ein schleppfehlerfreies Fahren verlangt, dafür aber ein prinzipielles Überschwingen toleriert, so wird die PI-P-Struktur eingesetzt. Durch den I-Anteil im Lageregelkreis ist auch hier sichergestellt, daß

keine bleibende stationäre Regelabweichung auftritt.

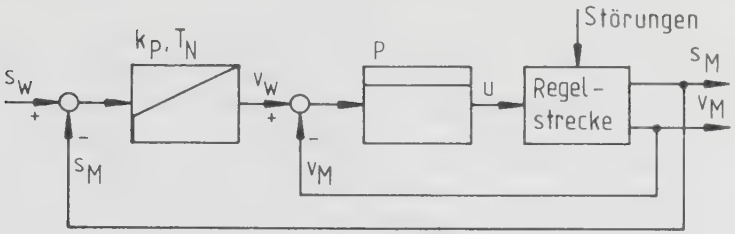


Bild 7.5 Lageregelung der Rotationsachse in PI-P-Struktur

Die Dimensionierung kann nicht analog Kapitel 7.1.1. erfolgen, da sich hier kein reeller Doppelpol alleine realisieren läßt. Daher wurde, um einen Vergleich zu ermöglichen, die Zeitkonstante der Drehzahlregelkreise gleich gewählt. Daraus ergibt sich, daß die P-Verstärkung des Geschwindigkeitsreglers gleich dem K_P-Faktor von Kapitel 7.1.1. ist. Wird nun der Lageregelkreis mit einem PI-Regler geschlossen, so ist aus der Wurzelortskurve (Bild 7.6) ersichtlich, daß sich keine reelle Doppellage mehr ergibt, sondern es entstehen immer schwingungsfähige komplexe Polpaare und ein einfach reeller Pol.

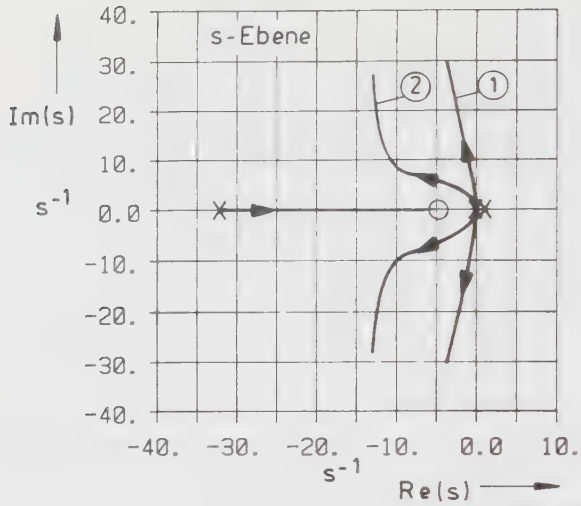


Bild 7.6 Wurzelortskurven für verschiedene Nachstellzeiten

1 : T_N = 50 ms

2 : T_N = 200ms

In Bild 7.7 wird die Systemantwort für die in PI-P-Struktur geregelte Rotationsachse dargestellt. Deutlich ist der schleppfehlerfreie Bereich zu erkennen. Die Adaption der drei Reglerkoeffizienten an das variable Trägheitsmoment ist hier nicht mehr eine einfache lineare Verknüpfung. Sie soll, da dieser Reglertyp nicht weiter verwendet wird, hier nicht angegeben werden.

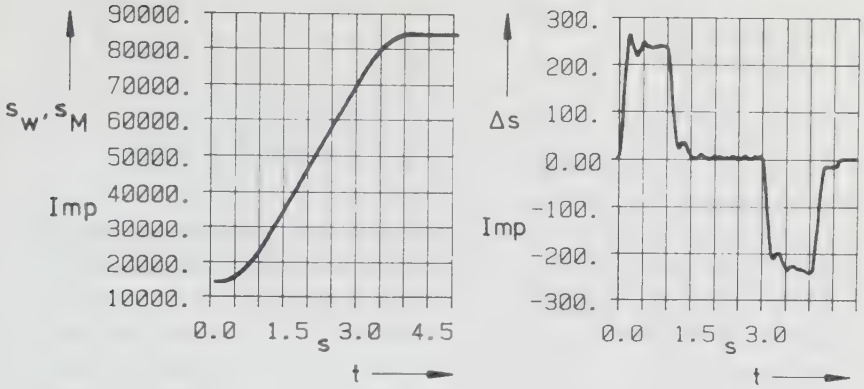


Bild 7.7 Sollwert-, Motorlage- und Schleppfehlerverlauf für den Sollwertverlauf 1 bei PI-P-Regelungsstruktur T_N = 200ms, K_P = 17.35 s^{-1}, P = 4.55 10^{-4}VsImp^{-1}

7.2. Deadbeat-Regler

Für den Deadbeat-Regler kann auch die Formulierung Regler mit endlicher Einstellzeit verwendet werden. Wird dieser Regler im Führungsverhalten eingesetzt, so hat nach einer genau definierten Anzahl von Abtastschritten das geregelte System den neuen Sollwert angenommen. Dieser Reglertyp wird in der Literatur öfters auch als zeitsuboptimaler Regler bezeichnet /3/. Die Höhe seiner Stellamplituden wird durch die Abtastzeit und das System bestimmt. Dies ist auch physikalisch interpretierbar. Für eine Zustandsänderung ist ein bestimmtes Maß an Energieänderung erforderlich. Diese muß je nach der Abtastzeit in einem kürzerem oder längerem Zeitintervall durchgeführt werden.

7.2.1. Herleitung des Deadbeat-Reglers für Eingrößensysteme

Soll eine analoge Strecke in endlicher Zeit einen Führungsgrößensprung ausregeln, dann ist dies am einfachsten mit einem digitalen Regler zu realisieren. Das Stellglied wird dabei als sprungfähig vorausgesetzt. Ist dies nicht der Fall, muß sein Zeitverhalten der Strecke zugeschlagen werden, damit die bekannten Entwurfsverfahren angewendet werden können. In dem Kapitel 2 ist für den Roboter eine sprunginvariante Übertragungsfunktion hergeleitet worden. Anhand dieser Beschreibung kann nun der Regler entworfen werden. Die Rechenzeit des Mikrorechners wird gleich einem Abtastintervall gewählt, damit entsteht im Regelkreis ein zusätzlich zu berücksichtigendes Totzeitglied, während der Rechner dann als unendlich schnell angenommen werden darf. Das Totzeitglied wird der Streckenbeschreibung zugeschlagen, wodurch sich deren Ordnung um den Grad eins erhöht. Der Reglerentwurf erfolgt für die so entstandene Streckenbeschreibung. Die Parameter der Reglerübertragungsfunktion in der z-Ebene für den Deadbeat-Regler minimaler Ordnung sind durch die Streckenparameter bestimmt. Dies beruht auf der festen Polvorgabe (z=0) für den geschlossenen Regelkreis. Geht man von der Übertragungsfunktion des offenen nicht sprungfähigen Systems aus:

$$H_s(z) = \frac{H_{Zs}(z)}{H_{Ns}(z)} = \frac{\sum_{i=0}^{l} a_i z^i}{\sum_{j=0}^{m} b_j z^j} \quad \text{mit } l < m \tag{7.7}$$

so muß sich für das geschlossene System die Übertragungsfunktion G(z) ergeben, die wegen der Bedingung auf endliche Einstellzeit nur Pole bei z=0 hat.

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Systems lautet somit:

$$G(z) = \frac{G_Z(z)}{z^i} = \frac{\sum_{j=0}^{n} g_j z^j}{z^i} \quad \text{mit } n < i \tag{7.8}$$

Der Zählergrad muß kleiner als der Nennergrad sein, da die Bedingung, daß das ungeregelte System nicht sprungfähig ist, dazu führt, daß auch das geregelte System nicht sprungfähig sein kann ohne die Kausalität zu verletzen. Ebenfalls aus der Kausalität heraus ergibt sich, daß bei der Reglerübertragungsfunktion die Ordnung des Zählers kleiner oder gleich der des Nenners sein muß. Damit bestimmt sich die Reglerübertragungsfunktion zu:

$$H_R(z) = \frac{K \cdot H_{Ns}(z)}{z^j - K H_{Zs}(z)} \quad \text{mit } j = m \tag{7.9}$$

Bildet man zusammen mit dem Regler die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises, so erhält man:

$$G(z) = K \frac{H_{Zs}(z)}{z^j} \tag{7.10}$$

Aus dieser Gleichung kann jetzt K bestimmt werden, wenn vorausgesetzt wird, daß das geschlossene System beim Aufschalten des Einheitssprungs den stationären Wert eins annehmen soll.

$$\lim_{t \to \infty} g(t) * s(t) = 1 \tag{7.11}$$

$$\lim_{z \to 1} (z-1)\, G(z) \frac{z}{z-1} = 1 \tag{7.12}$$

$$\lim_{z \to 1} z K \frac{H_{zs}(z)}{z^j} = 1$$

$$K = \frac{1}{\sum_{i=0}^{l} a_i} \qquad (7.13)$$

Damit ist der Deadbeat-Regler eindeutig bestimmt. Nach / 3 / liegt das mit einem Deadbeat-Regler geregelte System bei gegebener Stellgrößenbegrenzung sehr nahe an der zeitoptimalen Lösung.

7.2.2. Erweiterung des Deadbeat-Reglers

Aus Kapitel 7.2.1. ist ersichtlich, daß die Parameter des Reglers durch die Streckenbeschreibung im z-Bereich bereits eindeutig festgelegt sind. Dies führt für kleine Abtastzeiten zu unzulässig großen Stellamplituden, da die Anzahl der Abtastschritte begrenzt ist. Dies kann verhindert werden, indem die Abtastzeit vergrößert wird, oder aber die Reglerordnung erhöht wird. Beide Maßnahmen führen dazu, daß sich die Einstellzeit vergrößert. Bei der Erhöhung der Ordnung des Reglers gewinnt man zusätzliche Freiheitsgrade, die zur Optimierung verwendet werden können. Die Bedingung auf endliche Einstellzeit wird aber weiterhin erfüllt. Die Wahl der freien Parameter kann unter verschiedenen Gesichtspunkten erfolgen. Hier wurde die Optimierung im Hinblick auf eine möglichst geringe Stellamplitude durchgeführt. Für die Erweiterung wurde nun formal der Faktor K nicht mehr als Konstante sondern als Polynom in z aufgefaßt.

$$K(z) = \sum_{i=0}^{k} c_i z^i \qquad k : \text{Grad der Erweiterung} \qquad (7.14)$$

Damit weiterhin die Endwertbedingung erfüllt ist, muß gelten:

$$\sum_{i=0}^{k} c_i = K = \frac{1}{\sum_{i=0}^{l} a_i} \qquad (7.15)$$

Die Bestimmung der einzelnen Koeffizienten erfolgte iterativ nach dem oben genannten Optimierungskriterium. Die Stellgröße bestimmt sich dann zu

$$U(z) = \frac{K(z)\, H_{Ns}(z)}{z^i}\, W(z) \qquad (7.16)$$

Für den Roboter wurde ein Erweiterungspolynom 7. Grades benötigt, damit die vorgegebenen Testsignale ohne das Ansprechen der Strombegrenzung abgefahren werden konnten.

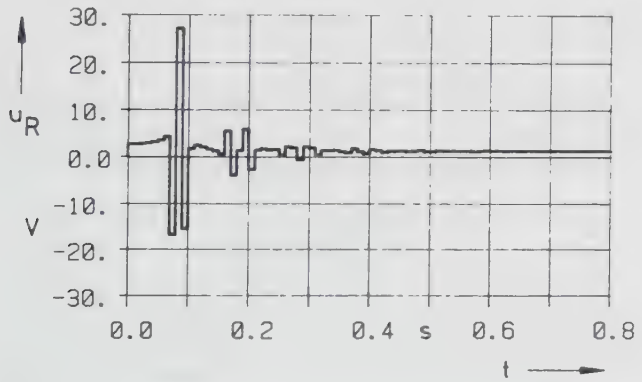


Bild 7.8 Sprungantwort des erweiterten Deadbeat-Reglers

7.2.3. Berechnung des Schleppabstandes

Aus Bild 7.8 wird deutlich, daß der Deadbeat-Regler im Grunde eine P-Charakteristik hat, die beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit zu einem Schleppfehler führt. Zur einfacheren Berechnung des Schleppfehlers wird zuerst die P-Verstärkung berechnet und anschließend mit Hilfe des Bildes 2.10 von der angelegten Spannung auf die Geschwindigkeit geschlossen, da bei diesem Regelungskonzept kein unterlagerter Geschwindigkeitsregelkreis vorhanden ist. Für

die Berechnung der P-Verstärkung wird von Gleichung (7.9) der Grenzwert berechnet. Dabei ist zu beachten, daß hier ein integrales Streckenverhalten vorliegt. Das bedeutet, daß $H_{ZS}(z)$ eine Nullstelle bei $z = 1$ hat. Des Weiteren wurde der Faktor K so bestimmt, daß $K\, H_{ZS}(z)$ für $z = 1$ den Wert Eins annimmt. Das bedeutet, daß für die Grenzwertbildung die Regel von l`Hospital anzuwenden ist. Damit ergibt sich die P-Verstärkung des Deadbeat-Reglers zu:

$$P = \frac{K \cdot \sum_{i=0}^{m} i\, b_i}{j - K \cdot \sum_{i=0}^{l} i\, a_i} \qquad (7.17)$$

wobei K nach Gleichung(7.13) zu berechnen ist. Für den erweiterten Deadbeat-Regler ist K ein Polynom in z und die P-Verstärkung wird ähnlich wie oben bestimmt

$$a^* = \sum_{i=0}^{k} i\, c_i \cdot \sum_{i=0}^{m} b_i + \sum_{i=0}^{k} c_i \cdot \sum_{i=0}^{m} i\, b_i$$

$$P = \frac{a^*}{j - a^*} \qquad (7.18)$$

k : Grad der Erweiterung
m : Grad des Nenners der Strecke
j = k + m

7.2.4. Einfluß von Störungen

Im Vergleich zu den Kaskadenreglern, bei denen der Typ des Reglers bereits beim Entwurf festliegen muß, ergibt sich hier das typische Reglerverhalten erst nach dem Entwurf. Das Bild 7.8 veranschaulicht, daß der Deadbeat- Regler eine P-Reglercharakteristik mit einer überlagerten gedämpften Schwingung aufweist. Dies gilt nur für die hier verwendete Strecke. Das bedeutet, daß Störungen, die auf die Strecke einwirken, stationär nicht ausgeregelt werden können. Dazu

bedarf es eines I-Anteils, der aber das Führungsverhalten nicht beeinflussen darf. Deshalb wurde hier die Lösung über den reduzierten Störgrößenbeobachter mit Störgrößenaufschaltung gewählt.

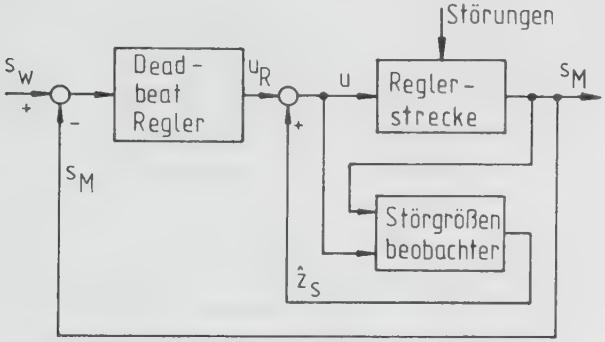


Bild 7.9 Lageregelung mit Deadbeat-Regler, Störgrößenbeobachter und Störgrößenaufschaltung

Für den Entwurf des Störgrößenbeobachters wird vom Einmassenmodell ausgegangen und die Motorgeschwindigkeit als Meßgröße verwendet. Der reduzierte Störgrößenbeobachter ist in diesem Fall eine Differenzengleichung erster Ordnung, da nur das Lastmoment beobachtet wird. Man erhält somit:

$$\hat{d}_L(k+1) = (P - HR)\hat{d}_L(k) + (Q - HS)v_M(k) + (D - HE)u(k) + Hv_M(k+1) \tag{7.19}$$

wobei die Matrizen jetzt zu Skalaren entartet sind. Bild 7.10 zeigt einen Regelvorgang mit Deadbeat- Regler und Störgrößenbeobachter mit Störgrößenaufschaltung.

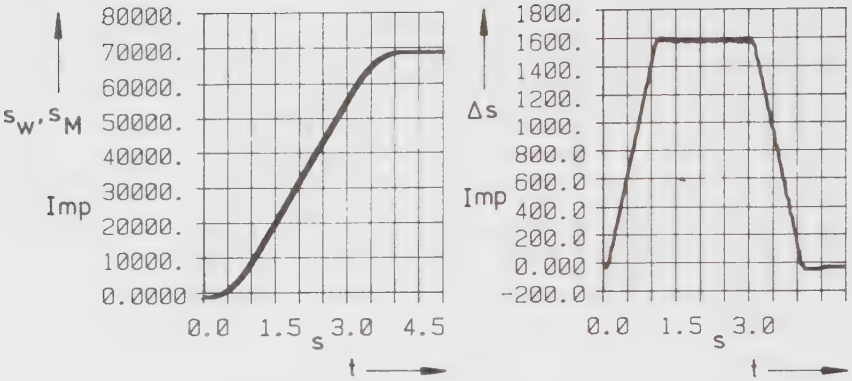


Bild 7.10 Sollwert-, Motorlage- und Schleppfehlerverlauf für den Sollwertverlauf 1 beim Deadbeat-Regler

Es ergibt sich in etwa der gleiche maximale Schleppfehler wie bei der Zustandsregelung mit Geschwindigkeitsvorsteuerung. Der Deadbeat-Regler reagiert aber wesentlich empfindlicher auf Ungenauigkeiten bei der Modellbildung. Der Schleppfehlerverlauf ist wesentlich unruhiger als bei den anderen Reglern, dies beruht auf der nicht genau kompensierten Eigenschwingung der Roboterachse.

7.3. Zustandskaskadenregelungen

Die moderne Regeltheorie propagiert Zustandsregelungen /1/. Dabei werden die Zustandsgrößen dem Regler zugeführt, der dann das dynamische Verhalten des geschlossenen Systems in weiten Grenzen beeinflussen kann. Die Vorteile der Zustandsregelung sind, daß selbst bei komplizierten Regelstrecken ein bestimmtes dynamisches Verhalten vorgegeben werden kann, womit meist eine bessere dynamische Regelgüte erreicht wird als bei den klassischen Standardreglern. Dem steht als Nachteil gegenüber, daß innere Größen nicht begrenzt werden

können, daß die Inbetriebnahme bei Systemen höherer Ordnung oft problematisch ist und für die Reglerdimensionierung eine genaue Streckenbeschreibung erforderlich ist. Eine Möglichkeit, diese Nachteile in Grenzen abzubauen, erlaubt eine Kombination von Kaskadenregelung und Zustandsregelung, indem die Teilsysteme mit Zustandsreglern geregelt werden. Danach werden diese Teilsysteme mit Kaskadenreglern verbunden und es entsteht die Zustandskaskadenregelung (Bild 7.11) /6,17,36/.

7.3.1. Entwurfsverfahren

Ausgehend von der Systembeschreibung des Roboters wird dieser jetzt in zwei Teilsysteme derart zerlegt, daß sich eine innere Strecke (Geschwindigkeitsregelkreis) und ein überlagertes System (Lageregelkreis) ergibt. Der innere Kreis wird durch einen Zustandsregler mit Beobachter so geregelt, daß er sich nach außen wie ein P-T_1-System verhält. Dies kann dann mit einem PI-Regler geregelt werden. In den letzten Jahren wurden mehrere Verfahren zum Aufteilen von Regelstrecken höherer Ordnung in Teilsysteme vorgestellt. Diese Entwicklung ist noch nicht abgeschlossen. Ausgehend von der Systembeschreibung der Gesamtstrecke werden für die Teilsysteme die zu begrenzenden Zustandsgrößen herausgegriffen und in Anlehnung an die Kaskadenregelung werden in das innerste Teilsystem die Zustandsgrößen mit der größten Dynamik aufgenommen. In das nächst folgende Teilsystem werden die mit einer weniger hohen Dynamikanforderung aufgenommen usw. Wie mit Zustandsgrößen, für die keine Begrenzung gefordert wird, verfahren werden soll, dafür gibt es noch kein festes Verfahren. Sie können entweder einem Teilsystem mit zugeschlagen und dort mit einer Zustandsregelung verarbeitet werden, oder aber im Rahmen einer Störgrößenaufschaltung für die einzelnen Teilsysteme, auf die sie sich auswirken, kompensiert werden. Die zustandsgeregelten Teilsysteme wer-

den dann, vereinfacht als P-T_1-Systeme in das überlagerte System mit einbezogen. Zur Bestimmung der Ersatzzeitkonstanten geht man von der linearen Regelfläche aus, da die Teilsysteme ein zu vernachlässigendes Überschwingen haben sollten. Auftretende Störungen sollten soweit wie möglich in den inneren Teilsystemen kompensiert werden.

7.3.2. Zerlegung der Regelstrecke in Teilsysteme

Zur Realisierung der Zustandskaskadenregelung wird die Regelstrecke in zwei Teilsysteme a und b zerlegt.

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_a(k+1) \\ \underline{z}_b(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_a & \underline{A}_{ab} \\ \underline{A}_{ba} & \underline{A}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_a(k) \\ \underline{z}_b(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{b}_a \\ \underline{b}_b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \underline{b}_{sa} \\ \underline{b}_{sb} \end{bmatrix} d_L \qquad (7.20)$$

Auf die Darstellung des Ausgangsvektors $\underline{c}$ kann verzichtet werden, da die Systembeschreibung (Kapitel 2) bereits in Sensorkoordinaten erfolgt ist. Die Aufteilung der Strecke ist so gewählt, daß die Übertragungsfunktion von der Motorspannung auf die Motorgeschwindigkeit in etwa gleich der des vereinfachten Ersatzschaltbildes (Bild 2.10) ist, und die durch die Elastizität hervorgerufenen Schwingungen unterdrückt werden. Somit erhält man folgende Regelungsstruktur:

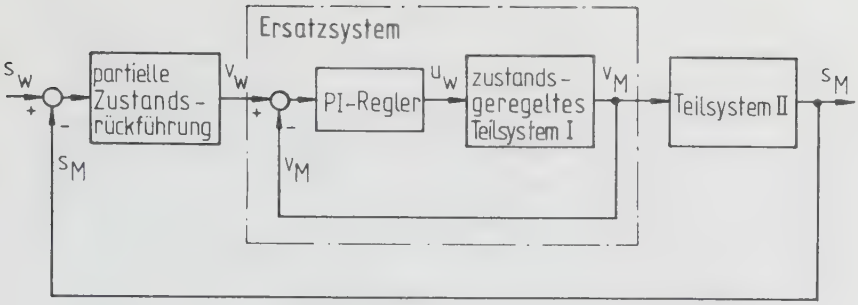


Bild 7.11 Struktur einer Zustandskaskadenregelung

7.3.3. Regelung des inneren Teilsystems

Für das innere Teilsystem wird jetzt eine Zustandsregelung entworfen, zu der aber zusätzlich ein Störgrößenbeobachter reduzierter Ordnung notwendig ist. Die Beobachterpole werden bei $(-81{,}2s^{-1})$ vorgegeben; diese Polvorgabe hat sich nach Kapitel 5 als die beste Vorgabe erwiesen. Zur Bestimmung der Rückführkoeffizienten geht man von der linearen Regelfläche aus. Diese Fläche soll gleich der eines P-T_1-Systems nach Kapitel 2 werden. Das Kriterium der linearen Regelfläche ist anwendbar, wenn kein oder nur ein geringes Überschwingen bei der Sprungantwort auftritt. Diese Regelfläche ist durch

$$S = \int_0^\infty \big(s(t) - a(t)\big)\, dt \qquad (7.21)$$

s(t) : Einheitssprung
a(t) : Sprungantwort

definiert. Dieses Integral läßt sich auch mit Hilfe der Laplace-Transformation bestimmen.

$$S = \lim_{s \to 0} s \left(\frac{1}{s} \cdot \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s} h(s)\right)\right) \qquad (7.22)$$

h(s) : Laplacetransformierte Impulsantwort

$$S = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s} \left(1 - h(s)\right) \qquad (7.23)$$

Eine andere Möglichkeit besteht in einer Polvorgabe für das innere zustandsgeregelte System. Die Polvorgabe erfolgt in Anlehnung an die Streckendynamik. In Bild 7.12 ist die Sprungantwort des inneren geregelten Systems im Vergleich zum ungeregelten System aufgetragen. Es zeigt sich, daß der charakteristische Einbruch der Motordrehzahl ausgeregelt wurde; allerdings verbunden mit dem Nachteil eines etwas unruhigeren Geschwindigkeitsverlaufes. Dieser ist aber nicht so kritisch, da der überlagerte Drehzahlregler in der Lage ist diese Schwingungen zu bedämpfen.

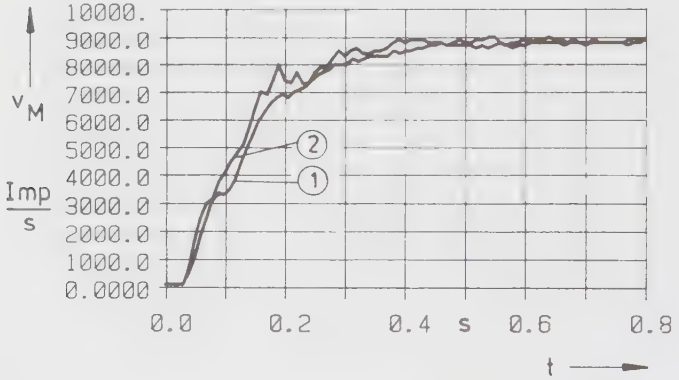


Bild 7.12 Sprungantwort des inneren zustandsgeregelten Systems
1 : Streckensprungantwort des inneren Systems
2 : Sprungantwort des inneren Systems mit Zustandsregler

Das Vorfilter der Zustandsregelung wurde nun so bestimmt, daß sich das geregelte System analog dem ungeregelten verhält. Da die Störgröße bereits im inneren Teilsystem angreift, muß zum Schließen der inneren Regelkaskade ein PI-Regler eingesetzt werden. Für die äußere Schleife wird nun

wieder ein P-Regler eingesetzt. Dies entspricht einer partiellen Zustandsregelung, da nicht alle Zustandsgrößen rückgeführt werden. Wird jetzt dieselbe Dynamik wie in Kapitel 7.1.1. gefordert, so können hier die Koeffizienten von dort direkt übernommen werden. Dies ist möglich, da sich das zustandsgeregelte Teilsystem genauso verhält, wie das von Kapitel 7.1. Bild 7.13 zeigt das Verhalten des geschlossenen Regelkreises auf eine Rampenerregung. Es zeigt sich fast keine Veränderung gegenüber einer reinen P-PI-Kaskadenregelung.

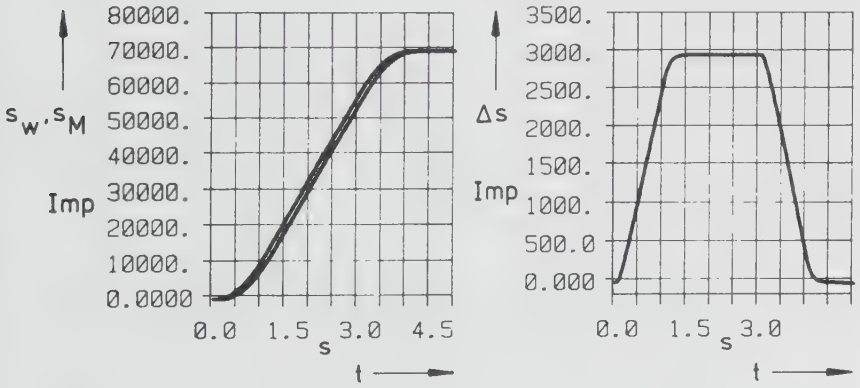


Bild 7.13 Sollwert-,Motorlage- und Schleppfehlerverlauf für den Sollwertverlauf 1 für die Zustandskaskadenregelung

8. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Identifikationsverfahren und digitale Regelalgorithmen für eine Roboterachsenregelung untersucht und miteinander verglichen. Die Ansprüche, die an die Regler gestellt werden, sind ein überschwingfreies Positionieren, ein geringer Schleppfehler und eine vom Trägheitsmoment unabhängige Dynamik. Der Aufwand an Meßgebern soll möglichst gering bleiben, weshalb auf den Einsatz eines Gleichstromtachos verzichtet und nur ein Winkelschrittgeber verwendet wurde. Auf eine unterlagerte digitale Stromregelung wurde verzichtet, statt dessen kam eine in analoger Technik realisierte Strombegrenzung zum Einsatz.

Die für den diskreten Reglerentwurf notwendigen Modelle werden aus der physikalischen Anschauung heraus entwickelt und durch Messungen überprüft und verbessert. Die dynamischen Momentenstöreinflüsse der anderen Achsen auf die hier zu untersuchende Roboterachse werden durch eine Entkopplung bzw. Vorsteuerung unterdrückt. Die hierzu notwendigen Berechnungen werden in jedem Abtastintervall durchgeführt. Die durch die Bewegung der Horizontalachse hervorgerufene Trägheitsmomentenänderung in der Rotationsachse hat, falls keine weiteren Maßnahmen getroffen werden, einen erheblichen Einfluß auf deren Regelverhalten. Es konnte somit auf eine Adaption der Parameter der Regler der Rotationsachse nicht verzichtet werden.

Das Zustandsreglerkonzept mit Störgrößenbeobachter ist die aufwendigste Lösung, um die gestellten Anforderungen zu erfüllen. Es erfordert eine genaue Kenntnis der Streckenparameter und einen hohen Aufwand zur Berechnung der Beobachter- und Reglerkoeffizienten. Auf eine geeignete Wahl von Zustandsgrößen ist zu achten, da numerische Rundungsfehler zu

erheblichen Problemen führen können. Der Aufwand für die Adaption ist bei diesem Regelungskonzept der höchste, da die meisten Koeffizienten nicht linear vom Trägheitsmoment abhängen. Die erzielten Regelungsergebnisse rechtfertigen aber diesen Aufwand.

Der Deadbeat-Regler ist in digitaler Technik sehr einfach zu realisieren. Für seinen Entwurf muß die Streckenübertragungsfunktion bekannt sein. Das Entwurfsverfahren läßt sich dann leicht durchführen und liefert gleichzeitig die Struktur des Reglers. Durch die oft notwendige Erhöhung der Reglerordnung aufgrund der begrenzten Stellamplitude ergeben sich Freiheitsgrade für die Reglerparameter. Durch die dann notwendige Optimierung der frei wählbaren Parameter nach einem Kriterium kann hier nicht mehr von einem einfachen Entwurfsverfahren gesprochen werden. Dieser Reglertyp reagiert empfindlich auf Parameterfehlanpassungen. Die Adaption der Reglerparameter ist ebenfalls aufwendig und kann nicht on-line durchgeführt werden. Die einzelnen Koeffizienten sind vielmehr während des Regelvorganges aus Tabellen oder Näherungslösungen zu bestimmen. Zur Ausregelung von Störungen muß ein Störgrößenbeobachter in Verbindung mit einer Störgrößenaufschaltung eingesetzt werden. Die hier zur Regelung zur Verfügung stehenden quantisierten Größen erschweren den Einsatz eines Deadbeat-Reglers erheblich.

Die Zustandskaskadenregelung ist in der Entwurfsphase leichter zu überblicken als die Zustandsregelung. Sie erlaubt die einfache Begrenzung von inneren Größen durch eine Sollwertbegrenzung. Allerdings ist eine freie Polvorgabe nicht mehr möglich, da für die inneren zustandsgeregelten Teilsysteme ordnungsreduzierte Ersatzsysteme angenommen werden. Die Adaption ist einfacher und ein Störgrößenbeobachter kann durch den Einsatz von PI-Reglern entfallen. Das stationäre Regel-

verhalten ist nur unwesentlich schlechter als bei der Zustandsregelung. Es kann aber nicht die gleiche Dynamik erreicht werden.

Für den Entwurf der Standardkaskadenregler ist zu beachten, daß die Regelstrecke ein schwingungsfähiges System ist. Das bedeutet, daß nicht alle Eigenschwingungen beliebig bedämpft werden können. Für den Entwurf sind einfache Teilsysteme anzunehmen, auf die dann die gebräuchlichen Einstellregeln angewendet werden können. Die Reglerparameter sind bei der Inbetriebnahme an die Strecke anzupassen. Die Adaption der Reglerkoeffizienten ist einfach und online durchführbar. Die Regelungsergebnisse erreichen nicht die Qualität der Zustandsregelung.

Bei den durchgeführten Messungen zeigte sich, daß die heute üblichen 16-Bit-Prozessoren mit zusätzlicher Hardware für die Gleitpunktarithmetik bei der Regelung einer Achse in Bezug auf die Rechengenauigkeit und die Rechengeschwindigkeit voll ausgelastet sind.

Anhand der Meßergebnisse konnten die einzelnen theoretischen Reglerentwürfe bestätigt werden. Für die Regelung von Industrierobotern, bei denen eine hohe Dynamik und Regelgüte gefordert wird, ist der Einsatz von Zustandsreglern nicht zu umgehen. Für einfachere Geräte mit weniger hohen Anforderungen bieten sich die Standardkaskadenreglerstrukturen an.

Literaturverzeichnis

/ 1/ Ackermann, J.: Abtastregelung I + II.
Springer Verlag, Berlin 1983

/ 2/ Arndt, G.: Entwurf eines zeitdiskreten Reglers mit endlicher Einstellzeit im z - Bereich.
Regelungstechnik 28 (1980), S. 57 - 60

/ 3/ Böttiger, A.: Ein Verleich zwischen zeitoptimaler Steuerung und Steuerung innerhalb einer gegeben Einstellzeit.
Regelungstechnik 30 (1982), S. 127 - 133

/ 4/ Breddermann, R.: Einsparung von Rechenaufwand bei der off line Parameterschätzung mit Modellstrukturbestimmung.
Regelungstechnik 29 (1981), S. 380 - 385

/ 5/ Brickwedde, A.: Microprocessor based adaptive control for electrical drives.
IFAC - Symposium, Lausanne 1983

/ 6/ Bühler, H.: Kaskadenzustandsregelung.
Automatisierungstechnik 33 (1985), S. 52 - 61

/ 7/ Darenberg, W.: Einsatz eines Lenkwinkelbeobachters bei der Spurregelung von Kraftfahrzeugen.
Regelungstechnik 28 (1980), S. 323 - 328

/ 8/ Föllinger, O.: Lineare Abtastsysteme.
Oldenbourg Verlag, München - Wien 1974

/ 9/ Freund, E., Hoyer, H.: Das Prinzip der nichtlinearen Systementkopplung mit der Anwendung auf Industrieroboter.
Regelungstechnik 28 (1980), S. 80 - 87, S. 116 - 126

/10/ Fromme, G.: Selbsteinstellende Zustandsregler.
Regelungstechnik 32 (1984), S. 81 - 90

/11/ Fromme, G.: Einsatz eines Mikrorechners als selbstoptimierender Regler für Strecken mit abschnittsweise konstanten Parametern.
Regelungstechnik 30 (1982), S. 189 - 197

/12/ Gross, H.: Elektrische Vorschubantriebe für Werkzeugmaschinen.
Siemens AG; Berlin, München, 1981

/13/ Grübel,G.: Beobachterrückkopplung und Regelwirksamkeit--Betrachtungen im Frequenzbereich.
Regelungstechnik 31 (1981), S. 248 - 256

/14/ Hackstein, D.: Eine zeitoptimale Bahnsteuerung mit dem Digitalrechner.
Dissertation, TH Darmstadt, 1980

/15/ Hasenjäger, E.: Zustandsregler und Beobachter für Antennenantriebe.
Regelungstechnik 29 (1981), S. 351 - 356, S. 386 - 390

/16/ Hesselbach, J.: Digitale Lageregelung an numerisch gesteuerten Fertigungseinrichtungen.
ISW Bericht 34, Springer Verlag, Berlin 1981

/17/ Hippe, P., Wurmthaler, Ch.: Ein einfaches Verfahren zum Entwurf von Zustandsreglern mit Störgrößenkompensation.
Regelungstechnik 29 (1981), S. 91 - 95, S. 131 - 136

/18/ Hopfengärtner, H.: Modellbildung und Regelung elektrischer Servoantriebe am Beispiel eines Industrieroboters.
Dissertation Universität Erlangen Nürnberg, 1980

/19/ Isermann, R.: Prozeßidentifikation - Identifikation und Parameterschätzung dynamischer Prozesse mit diskreten Systemen.
Springer Verlag, Berlin 1974

/20/ Isermann, R.: Rechnerunterstützter Entwurf digitaler Regelungen mit Prozeßidentifikation.
Regelungstechnik 32 (1984), S. 179 - 189

/21/ Isermann, R.: Digitale Regelsysteme.
Springer Verlag, Berlin 1977

/22/ Jakoby, W.: Diskrete adaptive Regler - Versuch einer Einordnung.
Automatisierungstechnik 33 (1985), S. 6 - 14

/23/ Juen, G., Zeitz, M.: Regelung der Azimutbewegung eines 30m - Radioteleskops.
Regelungstechnik 31 (1983), S. 81 - 87, S. 132 - 137

/24/ Juen, G., Zeitz, M.: Zustandsregelung von elastischen Antrieben mit Beschleunigungsrückführung.
Regelungstechnik 32 (1984), S.201 - 206

/25/ Kaczorek, T.: Reduced order proportional integral observers for linear multivariable time varying systems.
Regelungstechnik 28 (1980), S. 164 - 168

/26/ Mitchell, E. ,Demoyer, R.: A versatile digital Controller Algorithm incorporating a state observer and state feedback.
IEEE Trans.Ind.Electron,Vol. IE-32,NO. 1,1985, S.78-84

/27/ Nicolai, D., Schenk, R.: Systemerkennungsverfahren zur Gewinnung von Prozeßmodellen und deren Verwendung zur automatischen Prozeßführung.
PDV - Berichte, November 1977

/28/ Patzelt, W.: Regelung des nichtlinearen Mehrgrößensystems Roboter.
Fachberichte Messen - Steuern - Regeln 4
Springer Verlag, Berlin 1980

/29/ Patzelt, W.: Zur Lageregelung von Industrierobotern auf der Grundlage des inversen Systems.
Fortschr.-Ber. VDI-Z. Reihe 8 Nr. 57 , 1983

/30/ Pfaff, G.: Regelung elektrischer Antriebe I.
R. Oldenbourg Verlag, München - Wien 1971

/31/ Pfaff, G.; Meier, Ch.: Regelung elektrischer Antriebe II.
R. Oldenbourg Verlag, München - Wien 1982

/32/ Riedo, P. J.: Cascade digital control by state variable feed back methode applied to a DC - motor.
ETG - Fachberichte 11, VDE Verlag, Berlin 1982

/33/ Rössler, J.: Eine suboptimale synchrone Regelung für einen Industrieroboter.
Regelungstechnik 28 (1980), S. 359 - 365

/34/ Rudenko, O.G.: Untersuchung adaptiver Algorithmen zur Identifikation von Steuerungsobjekten.
messen steuern regeln 24 (1981), S. 633 - 636

/35/ Samsel, W.: Berechnung direkt digitaler Regelungen mit Deadbeat Verhalten.
messen + prüfen/automatik 1980, S. 490 - 498

/36/ Schnieder, E.: Zustandsregelung der Translationsbewegung von Magnetschnellbahnen.
Siemens Forsch.- u. Entwickl.- Ber. Bd. 10 (1981), Nr. 6
S. 379 - 384

/37/ Schnieder, E., Kothe, H.H.: Entwurf von Zustands- und Störgrößenbeobachtern und ihre Anwendung bei Bewegungsvorgängen.
Siemens Forsch.- u. Entwickl.- Ber. Bd. 11 (1982), Nr. 5
S. 251 - 257

/38/ Schüssler, H.W.: A Signalprocessing Approach To Simulation.
Frequenz 35 (1981), S. 174 - 184

/39/ Szabo, I.: Einführung in die technische Mechanik.
Springer Verlag, Berlin 1966

/40/ Tröndle, H.P.: Regelung eines Industrieroboters mit Hilfe eines adaptiven Beobachters.
Fachberichte Messen - Steuern - Regeln 10
Springer Verlag, Berlin 1983

/41/ Truckenbrodt, A.: Regelung elastischer mechanischer Systeme.
Regelungstechnik 30 (1982), S. 277 - 285

/42/ Unbehauen, H: Regelungstechnik II.
Vieweg Verlag, Braunschweig 1983

/43/ Weihrich, G. ,Wohld, D.: Adaptive speed control of D.C. - drives using adaptive observers.
Siemens Forsch. u. Entwickl. Ber. Bd. 9 (1980), Nr.5

/44/ Wierschem, T.: Lageregelung schwach gedämpfter Antriebe durch Zustandsrückführung.
Regelungstechnik 29 (1981), S. 11 - 19

10. Verzeichnis wichtiger Formelzeichen und Symbole

a	Beschleunigung
$\underline{a}$	kontinuierliche Zustandsmatrix
$\underline{A}$	zeitdiskrete Zustandsmatrix
$\underline{b}$	kontinuierliche Eingangsmatrix
$\underline{B}$	zeitdiskrete Eingangsmatrix
c	Federkonstante
$\underline{c}$	kontinuierliche Ausgangsmatrix
$\underline{C}$	zeitdiskrete Ausgangsmatrix
$\underline{D}$	Eingangsmatrix der Eingangsgröße auf die nichtmeßbaren Zustandsgrößen
d_M	Motordrehmoment
d_L	Lastdrehmoment
$\underline{E}$	Eingangsmatrix der Eingangsgröße auf die meßbaren Zustandsgrößen
$\underline{e}$	Fehlermatrix
$\underline{H}$	Rückführvektor des Beobachters
i	Motorstrom
$\underline{I}$	Einheitsmatrix
$\underline{K}$	Rückführvektor des Zustandsreglers
K_{Imp}	Impulsgeberkonstante
K_D	Drehmomentkonstante
K_P	P-Verstärkung des PI - Reglers
K_V	Verstärkung des Leistungsverstärkers
K_v	Geschwindigkeitsfaktor
$\underline{L}$	zeitdiskrete Beobachtermatrix
l	Länge
m	Masse
$\underline{N}$	Abkürzung für $\underline{D}$ - $\underline{HE}$
P	P-Verstärkung des P-Reglers
$\underline{P}$	Systemmatrix der nichtmeßbaren Zustandsgrößen
$\underline{Q}$	Einflußmatrix der meßbaren auf die nichtmeßbaren Zustandsgrößen
$\underline{QHS}$	Abkürzung für $\underline{Q}$ - $\underline{HS}$

R	Einflußmatrix der nichtmeßbaren auf die meßbaren Zustandsgrößen
r	Radius
S	Systemmatrix der meßbaren Zustandsgrößen
s	Laplace Operator
s_L	Lage des Greiferkopfes
s_M	Lage des Drehturms (Motors)
s_w	Lagesollwert
t	Zeit
T_N	Nachstellzeit des PI - Reglers
T_{Abt}	Abtastzeit
T	Transformationsmatrix
u	Eingangsgröße der Regelstrecke
ü	Getriebeübersetzung
v	Geschwindigkeit
w	Sollwert
x	analoger Zustandsgrößenvektor
y	Ausgangsgröße der Regelstrecke
Y	Meßvektor
z	zeitdiskreter Zustandsgrößenvektor
ω	Winkelgeschwindigkeit
φ	Winkel der Rotationsachse
Θ	Trägheitsmoment
$\Theta_L(r)$	variables Trägheitsmoment

Indizes

M	Motor bzw. Drehturm
R	Reibung
C	Coriolis
L	Last
^	für geschätzte bzw. beobachtete Größen

Lebenslauf

Name	: Herbert Ebach
Geboren	: 23. 5. 1952 in Coburg
Staatsangehörigkeit	: deutsch
Familienstand	: verheiratet, 1 Kind

1958 - 1962	Volksschule in Coburg
1962 - 1965	Gymnasium in Coburg
1965 - 1966	Gymnasium in Nürnberg
1966 - 1969	Realschule in Nürnberg Abschluß: Mittlere Reife
1969 - 1970	Praktikum bei der Firma Siemens AG Nürnberg
1970 - 1971	Fachoberschule Nürnberg Abschluß: Fachhochschulreife
1971 - 1972	Grundwehrdienst
1972 - 1973	Studium der Elektrotechnik an der Georg Simon Ohm Fachhochschule Nürnberg
1973 - 1978	Studium der Elektrotechnik an der Universität Erlangen-Nürnberg Abschluß: Diplom-Ingenieur

1979	Berufstätigkeit als Entwicklungsingenieur in der Reaktorleittechnik bei der Kraftwerk Union in Erlangen
seit 1979	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen-Nürnberg

Druck: Offsetdruckerei Karl Döres, 8520 Erlangen, Jägerstr. 3, Inh. B. Lengenfelder